

**DIE UNTERSCHIEDUNG DREIDIMENSIONALER MODELLE
DER ZODIAKALEN INTERPLANETAREN STAUBWOLKE
IM HINBLICK AUF EXPERIMENTE MIT
RAUMFAHRZEUGGESTÜTZTEN
MIKROMETEORITENEINSCHLAGSDETEKTOREN**

DISSERTATION

zur Erlangung des Grades eines
Doktors der Naturwissenschaften
der Fakultät für Physik und Astronomie
an der Ruhr-Universität Bochum

von

Assessor für das Lehramt am Gymnasium
BERNHARD KNEISSEL
aus Bonn

Bochum 1988



**DIE UNTERSCHIEDUNG DREIDIMENSIONALER MODELLE
DER ZODIAKALEN INTERPLANETAREN STAUBWOLKE
IM HINBLICK AUF EXPERIMENTE MIT
RAUMFAHRZEUGGESTÜTZTEN
MIKROMETEORITENEINSCHLAGSDETEKTOREN**

DISSERTATION

zur Erlangung des Grades eines
Doktors der Naturwissenschaften
der Fakultät für Physik und Astronomie
an der Ruhr-Universität Bochum

von

Assessor für das Lehramt am Gymnasium
BERNHARD KNEISSEL
aus Bonn

Bochum 1988

THE UNIVERSITÄT DUISBURG ESSEN
DER ZOOLOGISCHEN INSTITUT
IM HAUPTSTADT QUARTIER
RAUMFÄHIGKEIT
WIRTSCHAFTSWISSENSCHAFTEN

DIPLOM

der Fakultät für
Lebenswissenschaften
der Universität Duisburg
am Standort Essen

Abschließend
BERNHARD WITTE

Dissertation eingereicht am 27.5.1988

Tag der mündlichen Prüfung 5.7.1988

Referent Prof. Dr. H. Fechtig

Korreferent Prof. Dr. Th. Schmidt-Kaler

INHALTSVERZEICHNIS

1. **EINLEITUNG**
2. **DIE RÄUMLICHE VERTEILUNG DES ZODIAKALEN STAUBES ALS RESULTAT VON INVERSIONEN DER STRAHLUNGSINTEGRALE**
 - 2.1. Beobachtungen und prinzipielle Geometrie
 - 2.2. Strahlungsintegrale
 - 2.3. Inversionen der Strahlungsintegrale
 - 2.3.1. Inversion des Helligkeitsintegrals
 - 2.3.2. Inversion des thermischen Helligkeitsintegrals
 - 2.3.3. Methode der Knoten geringerer Unsicherheit
3. **MODELLE DER RÄUMLICHEN VERTEILUNG DES ZODIAKALEN STAUBES**
 - 3.1. Modelle abgeleitet aus Beobachtungen im sichtbaren Spektralbereich
 - 3.2. Modifikation der Anzahldichtefunktionen durch eine veränderliche Streufunktion
 - 3.3. Modelle aus Beobachtungen im infraroten Spektralbereich
4. **VERTEILUNGEN DER TEILCHENKONZENTRATION AUFGRUND DER MESSUNGEN VON MIKROMETEORITENEINSCHLAGSDETEKTOREN**
 - 4.1. Die Detektion interplanetarer Partikeln durch Mikrometeoriteneinschlagsdetektoren
 - 4.2. Flußdichten und Anzahldichten des zodiakalen Staubes
 - 4.2.1. Die Massenverteilung und Anzahldichte der zodiakalen Partikeln
 - 4.2.2. Radiale Teilchenkonzentrationen aus Teilchenflußdichten
5. **PRINZIPIEN DER DYNAMIK DES ZODIAKALEN STAUBES**
 - 5.1. Bewegung des zodiakalen Staubes
 - 5.2. Symmetrie der zodiakalen Staubwolke und statistische Verteilung der Bahnelemente
 - 5.3. Die Anzahldichte der Partikeln aus einer Bahnelementeklasse a, e, i am Ort (r, β)
 - 5.3.1. Das Integral der Bahnelemente
 - 5.3.2. Allgemeine Lösungen zum Bahnelementeintegral
6. **LÖSUNGEN FÜR DIE VERTEILUNGSDICHTEFUNKTION VON GROSSER HALBACHSE a UND EXZENTRIZITÄT e**
 - 6.1. Allgemeines Lösungsverfahren
 - 6.2. Anwendung auf die bekannten Gesetze des Zodiakallichtes
7. **DIE LÖSUNGSMETHODEN ZUR BESTIMMUNG DER INKLINATIONSVERTEILUNGSDICHTE $N(i)$ UND ALLGEMEINE CHARAKTERISTIKA DER LÖSUNGEN**
 - 7.1. Klassifikation und allgemeine Lösung
 - 7.2. Analytische Lösungen des Inklinationsintegrals
 - 7.2.1. Isotrope Verteilungen
 - 7.2.2. Verteilungen mit konstanter Verteilungsdichte $N(i)$

- 7.2.3. Die Inklinationsverteilungsdichten, die Potenzen der Kosinusfunktion folgen
- 7.2.4. Inklinationsdichten nach Dichtefunktionen von Potenzen der Sinusfunktion
- 7.2.5. Anwendung der Lösung der Grundtypen auf die Lösung für die Inklinationsverteilungsdichte der Modelle
- 7.3. Mindestdichte des zodiakalen Staubes und Konstruktion eines Kollokationsverfahrens
- 7.3.1. Mindestdichte
- 7.3.2. Ein Kollokationsverfahren
- 7.3.3. Invarianten der Inklinationsverteilungsdichte

8. VERGLEICH DER BREITENABHÄNGIGEN ANZAHLDICHTEN DES ZODIAKALEN STAUBES ÜBER DIE INKLINATIONSVERTEILUNGSDICHTEN

- 8.1. Die Vergleichskriterien
- 8.2. Klassische Modelle
 - 8.2.1. Ellipsoid-Modelle
 - 8.2.2. Fächer-Modelle
 - 8.2.3. Vergleich von Ellipsoid- und Fächer-Modell
- 8.3. Polkugel-Modelle
 - 8.3.1. Sombrero-Modelle
 - 8.3.2. Kugelfächer-Modell
- 8.4. Polloch-Modelle
 - 8.4.1. Optisches extremes Fächer-Modell
 - 8.4.2. Infrarotes extremes Fächer-Modell
 - 8.4.3. Pollochfächer-Modell
- 8.5. Mehrfachkelch-Modelle
- 8.6. Vergleich der zodiakalen Inklinationsverteilungsdichten mit Inklinationen der Quellen
- 8.7. Partikeln auf retrograden Bahnen
 - 8.7.1. Der Anteil retrograder Bahnen nach den verschiedenen Modellen
 - 8.7.2. Beobachtungen retrograder Bahnen
 - 8.7.3. Dynamische Untersuchungen über die Existenz retrograder Bahnen

9. DIE BESTIMMUNG DER EXZENTRIZITÄTSVERTEILUNG

- 9.1. Exzentrizitäten abgeleitet aus Dopplerverschiebungen der Fraunhoferlinien
 - 9.1.1. Dopplerverschiebungen durch ein Teilchen
 - 9.1.2. Typische Dopplerverschiebung eines Volumenelementes abgeleitet aus den Mittelwerten für die Bahnelemente
 - 9.1.3. Integration der Dopplerverschiebungen aus den Volumenelementen entlang des Sehstrahls
 - 9.1.4. Beobachtungen
- 9.2. Die Quellen der zodiakalen Wolke und ihre Exzentrizitäten

10. DIE BESTIMMUNG DER FLUSSDICHTEN INTERPLANETARER STAUBTEILCHEN AUS DEN BAHNVERTEILUNGEN FÜR EIN AUSSERHALB DER EKLIPTIKALEN EBENE FLIEGENDES RAUMFAHRZEUG

- 10.1. Definition und allgemeiner Zusammenhang
- 10.2. Gesamtflußdichten
- 10.3. Darstellung für die numerische Aufbereitung
- 10.4. Darstellungen der Teilchenflußdichte mit Mittelwerten $\langle a \rangle$
- 10.5. Die Geschwindigkeit der Partikeln im lokalen Koordinatensystem des Raumfahrzeugs zur Bestimmung der Flußdichte
- 10.5.1. Das lokale Koordinatensystem des Raumfahrzeugs

10.5.2. Die Komponenten der Geschwindigkeiten im lokalen Koordinatensystem des Raumfahrzeugs

10.5.3. Die Flußdichte

11. DIE RÄUMLICHE VERTEILUNG DES ZODIAKALEN STAUBES AUS MESSUNGEN MIT DEM MIKROMETEORITENDETEKTOR AUF DER RAUMSONDE ULYSSES

11.1. Der Mikrometeoritendetektor auf der Raumsonde ULYSSES

11.1.1. Prinzipieller Aufbau und Anordnung

11.1.2. Effektive Detektorfläche gegenüber einem monodirektionalen Staubteilchenfluß

11.2. Die Bahn der Raumsonde Ulysses

11.2.1. Geometrische Orientierung

11.2.2. Die Orientierung des Detektors in der Bahn

11.3. Entwicklung der Flußdichte entlang der Raumfahrzeugbahn

11.3.1. Relativgeschwindigkeit der Partikeln

11.3.2. Flußdichten in einer isotropen Staubwolke

11.3.3. Flußdichten in einer Staubwolke nach dem Sombrero-Modell

11.3.4. Radiale Abhängigkeit der Flußdichte

11.3.5. Vergleich der Flußdichten nach den unterschiedlichen Anzahldichteverteilungen des zodiakalen Staubes

11.3.6. Flußdichten längs der Bahn nach Faltung mit der Detektororientierung

11.4. Absolute Partikelanzahl und Unterscheidung der räumlichen Staubverteilungsmodelle

11.4.1. Verfahren

11.4.2. Unterscheidung der Staubdichteverteilungen durch den Mikrometeoritendetektor der Raumsonde ULYSSES

12. DIE UNTERSCHIEDUNG DER MODELLE ZODIAKALER TEILCHENVERTEILUNGEN DURCH EXPERIMENTE MIT DEM MIKROMETEORITENDETEKTOR AUF DER SATELLITENPLATTFORM SPACE STATION

12.1. Aufbau des Detektors und Bahn der Satellitenplattform SPACE STATION

12.1.1. Der Detektor

12.1.2. Messung der dreidimensionalen Verteilung auf der Satellitenplattform

12.2. Wirkungen der statistischen und meßtechnischen Unschärfen auf die Bestimmung der Inklinationsverteilungsdichten

12.2.1. Ekliptikale fokussierte Teilchenflüsse

12.2.2. Statistische Unschärfen

12.2.3. Wirkung der Ungenauigkeit im Bahnelement Inklination

12.3. Unterscheidung zwischen den unterschiedlichen Inklinationsverteilungsdichten durch den Mikrometeoritendetektor auf der Satellitenplattform SPACE STATION

12.3.1. Unterscheidungen bei gröberer Bestimmung der Inklination

12.3.2. Unterscheidungen bei genauerer Bestimmung der Inklination

12.3.3. Retrograde Bahnen als Mittel der Unterscheidung

13. DISKUSSION DER ERGEBNISSE UND AUSBLICK

14. LITERATUR



Digitized by the Internet Archive
in 2026

https://archive.org/details/IA41546619_0037

1. EINLEITUNG

Die astronomischen Beobachtungen mit dem Infrarotteleskop auf dem Satelliten Infrared Astronomical Satellite (IRAS) haben das Interesse vieler Forscher verstärkt auf die physikalischen Eigenschaften und die Verteilung des kosmischen Staubes gelenkt (Neugebauer et al., 1984a, Neugebauer et al., 1984b; van de Hulst, 1986). Ähnliche Wirkungen werden von den Beobachtungen mit dem Teleskop des geplanten Infrared Satellite Observatory (ISO) ausgehen.

Dabei beziehen sich die Beobachtungen des kosmischen Staubes auf sehr unterschiedliche Staubpartikeln. Dies reicht vom Staub in fremden Galaxien (Wolstencroft et al., 1986) über die Verteilung des interstellaren Staubes (Burton et al., 1986) bis hin zu zirkumstellaren Staubwolken (Gillet, 1986) oder unserer zirkumsolaren Staubwolke (Hauser and Houck, 1986). Die räumliche oder dreidimensionale (3D-) Anzahldichtevertelung innerhalb der zirkumsolaren oder interplanetaren Staubwolke soll in dieser Arbeit untersucht werden. Dabei beschränken wir uns auf einen Ausschnitt des gesamten interplanetaren Staubkomplexes (Whipple, 1967), den der zodiakalen Staubwolke, die aus Partikeln mit Radien $10 \mu\text{m} \leq s \leq 100 \mu\text{m}$ gebildet wird.

Zodiakale Partikeln werden fortwährend durch Kollisionen größerer Partikeln ($s \geq 100 \mu\text{m}$), der meteoroidischen erzeugt, die ihrerseits aus Kollisionen von Asteroiden oder der Staubemission von Kometen stammen. Andererseits spiralen die zodiakalen Partikeln durch den Poynting-Robertson-Effekt ins Innere des Sonnensystems (solare Entfernung $r \leq 0,1 \text{ AE}$), wo auch diese Partikeln durch Kollisionen und Sublimation zerkleinert werden. Besonders kleine ($s \leq 1 \mu\text{m}$) stark absorbierende Partikeln werden dann durch den Strahlungsdruck aus dem Sonnensystem herausgeblasen (Beta-Meteorite) (vgl. Grün et al., 1985).

Zodiakale Partikeln sind besonders den Fernerkundungsbeobachtungen im sichtbaren (Giese and Grün, 1976) und infraroten (Giese and Kneißel, 1987) Spektralbereich zugänglich. Da diese Partikeln stark zur ekliptikalen Ebene hin konzentriert sind, ist das solare Streulicht dieser Partikeln,

aber auch deren thermische Emissionsstrahlung im infraroten ($10\text{ }\mu\text{m}$ - $25\text{ }\mu\text{m}$), besonders entlang der Tierkreiszeichen (Zodiakus) sichtbar.

Zunächst (vgl. 2.) klären wir, wie aus den Beobachtungen im visuellen und infraroten Spektralbereich die Anzahldichteverteilungen abgeleitet werden, um in den Modellverteilungen auftretende Inkonsistenzen zu verstehen und zu beseitigen. Aufgrund verschiedener Mehrdeutigkeiten ist eine Vielzahl von Modellen über die Verteilung des zodiakalen Staubes entwickelt worden. Eine synoptische Gegenüberstellung der Modelle folgt (vgl. 3.). Ihre Übereinstimmung mit den Beobachtungen wird diskutiert. Der vorliegende Beitrag der Experimente mit Mikrometeoritendetektoren, besonders zur Bestimmung der absoluten Teilchenanzahldichte, wird anschließend (vgl. 4.) dargestellt. Diese Darstellungen zeigen auch auf, welche Gründe bei der Wahl der Parameter in den nachfolgenden Untersuchungen ausschlaggebend sind.

Die Vielzahl der vorgeschlagenen Modelle verlangt nach einer sinnvoll begründeten Einschränkung. Eine solche Reduktion wäre sicherlich aufgrund der Messungen eines Photopolarimeters im Rahmen der Raumflugmission: International Solar Polar Mission (Projekt "Out-of-Ecliptic-Zodiacal-Light-Experiment", Giese et al., 1981), das die Helligkeiten von einem Ort außerhalb der ekliptikalen Ebene, wie aus der Vogelflugperspektive, messen kann, möglich gewesen. Da die NASA die Trägerrakete für dieses und andere Experimente ersatzlos gestrichen hat, bleiben zur Untersuchung der zodiakalen Anzahldichteverteilungen Experimente mit Mikrometeoritendetektoren, wie z.B. auf dem verbliebenen Teil der Mission, jetzt ULYSSES genannt. Dieses Experiment ist aber eigentlich zur Detektion kleinerer als der zodiakalen Partikeln ausgelegt ist.

Während die Modelle der Anzahldichteverteilungen als Resultat der Fernerkundungsbeobachtungen statische Beschreibungen der zodiakalen Wolke liefern, die die Bewegung der Partikeln im Sonnensystem nicht erfassen, messen die Mikrometeoritendetektoren Flußdichten, in die die Geschwindigkeit, also der dynamische Zustand der Partikeln, eingeht. Damit verlangt die Untersuchung der zodiakalen Anzahldichteverteilungen durch Experimente auf Mikrometeoritendetektoren Vorstellungen über die Bewegung der Partikeln, die diese Dichte erzeugt, zu entwickeln. Diese Kenntnis der Dynamik eröffnet auch die Analyse weiterer Experimente zum zodiakalen

Staub, so den Dopplerverschiebungen der Fraunhoferlinien des am Staub gestreuten Sonnenlichtes.

Nicht zuletzt liefert diese dynamische Untersuchung endlich auch Erklärungen für die zunächst empirisch entwickelten Modelle und schafft neue Kriterien zur physikalischen Schlüssigkeit der Verteilungen.

Dementsprechend wird zunächst der allgemeine Zusammenhang zwischen Dichteverteilung und Dynamik der Partikeln entwickelt (vgl. 5.). Danach verlangen die verschiedenen Modelle unterschiedliche Verteilungen ihrer Bahnelemente Große Halbachse a , Exzentrizität e (vgl. 6.) und besonders der Inklination i (vgl. 7. und 8.). Diese Verteilungen der Bahnelemente zeigen, daß einige der Anzahldichteverteilungen dynamisch sehr unwahrscheinlich sind oder überhaupt nicht realisiert werden können. Die Bestimmung der Exzentrizitäten muß noch mit eigenen Analysen (vgl. 9.) ergänzt werden, in die die Analyse der Dopplerverschiebungen an den Fraunhoferlinien im Streulicht eingeht.

Nachdem der allgemeine Zusammenhang zwischen Anzahldichten und ihrer Detektion durch Mikrometeoritenexperimente erstellt worden ist (vgl. 10.), wie es besonders ein außerhalb der ekliptikalen Ebene fliegendes Raumfahrzeug verlangt, läßt sich der Teilcheneinschlag auf die Detektoren in einer Modellrechnung erfassen.

Man wird erwarten, daß gerade ein Mikrometeoritendetektor (Grün et al., 1983) auf dem außerhalb der ekliptikalen Ebene fliegenden Satelliten ULYSSES Aussagen über die räumliche Struktur der zodiakalen Wolke zuläßt. Entsprechende Modellrechnungen prüfen dies (vgl. 11.).

Überdies zeigen unsere hier entwickelten dynamischen Betrachtungen auch auf, daß ein **in der ekliptikalen Ebene** stationierter Mikrometeoriteneinschlagsdetektor, der die Bestimmung der Bahnelemente, besonders der Inklination i , zuläßt, Aussagen über die räumliche Verteilung des zodiakalen Staubes machen kann. Daher wird über die Unterscheidungsfähigkeit des Experimentes Cosmic Dust Facility auf der Satellitenplattform SPACE STATION berichtet (Hörz, 1986) (vgl. 12.).



2. DIE RÄUMLICHE VERTEILUNG DES ZODIAKALEN STAUBES ALS RESULTAT VON INVERSIONEN DER STRAHLUNGSGRADE

Die räumliche Verteilung des zodiakalen Staubes, seine Anzahldichte im Volumenelement, wird abgeleitet aus Beobachtungen im sichtbaren und infraroten Spektralbereich über Inversionen der Strahlungsintegrale, des Helligkeits- bzw. des thermischen Emissionsintegrals.

2.1. Beobachtungen und prinzipielle Geometrie

Geometrie der Beobachtungen (vgl. Abb. 2.1.a)

Ein Instrument des Beobachters O, der sich in der ekliptikalen Ebene im Abstand R zur Sonne befindet, sieht eine Helligkeit $Z(\epsilon, i_{LOS})$ ($[Z] = W/m^2 sr nm$), die die Partikeln P in allen Volumenelementen ΔV entlang des Sehstrahls (L(ine) O(f) S(ight)) aus einer Entfernung l in den Raumwinkel $d\Omega$ dem Instrument zustrahlen. Dies gilt für die Sonnenstrahlung, die die Partikeln unter einem Streuwinkel Θ in Richtung des Beobachters streuen, ebenso wie für die thermische Emissionstrahlung der Teilchen.

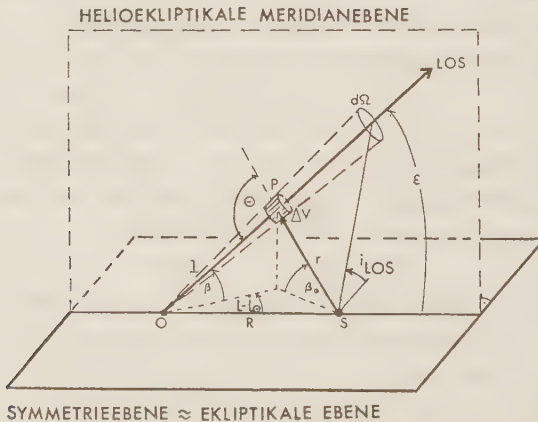


Abb. 2.1.a.:

Beobachtungsgeometrie: O, Beobachter; S, Sonne; P, Teilchen im Volumenelement ΔV ; LOS, Sehstrahl; L-L₀, ekliptikale Länge; β , ekliptikale Breite; ϵ , Elongation; i_{LOS} , Neigung der Streuebene; R, heliozentrische Entfernung des Beobachters; $d\Omega$, Raumwinkel; r, heliozentrische Entfernung des Volumenelementes ΔV ; β_0 , seine helioekliptikale Breite; Θ , sein Streuwinkel; l, seine Entfernung zum Beobachter (nach Giese et al., 1986).

Die Richtung des Sehstrahls wird üblicherweise in einem sphärischen Koordinatensystem mit dem Zentrum am Ort des Beobachters beschrieben, wobei die ekliptikale Ebene die Äquatorebene bildet. Dann kennzeichnet der Winkel ϵ die Elongation des Sehstrahls gegenüber der Sonnenrichtung, während der Winkel i_{LOS} , die Inklination der Streuebene, aufgespannt durch die Punkte S, P und O, gegenüber der ekliptikalen Ebene mißt. Bei einer anderen Wahl des Winkelpaares beschreiben die ekliptikale Länge $L-L_0$ gegenüber der Sonne und die ekliptikale Breite β die Richtung des Sehstrahls.

Beobachtungen im Sichtbaren

Die Beobachtungen im sichtbaren Spektralbereich reichen weit zurück. Mit der Veröffentlichung der Photometrie nach Weinberg (Weinberg, 1964) und Dumont (Dumont, 1965) läßt sich eine wachsende Konvergenz zwischen den verschiedenen Beobachtungen feststellen (Für eine Diskussion der Einzelheiten vgl. Leinert, 1975; Weinberg and Sparrow, 1978; Fechtig et al., 1981). Eine der detailliertesten Photometrien zum globalen Zodiakallicht ($\epsilon \geq 30^\circ$) stellt zur Zeit die Photometrie von Levasseur-Regourd und Dumont (Levasseur-Regourd and Dumont, 1980) dar. Diese Photometrie, die wie die meisten anderen auf Ausnutzung des lichtelektrischen Effektes beruht, wird lokal weitgehend durch eine photographische Photometrie bestätigt (Winkler et al., 1985). Auch die Beobachtung des Zodiakallichtexperimentes (ZLE) auf den Raumsonden HELIOS stimmen mit denen von Levasseur-Regourd und Dumont überein. Nur die Helligkeiten für exekliptikale Orientierungen des Sehstrahls nahe zur Sonne ($\epsilon \approx 30^\circ$) sind weniger gut gesichert. Es besteht die Vermutung, daß die angegebenen Helligkeiten zu groß sind (Leinert et al., 1982). Außerdem liefern die ZLE-Beobachtungen wie auch die der Raumsonde PIONEER 10 (Weinberg, 1976) Photometrien von einem erdverschiedenen Standpunkt. Die ZLE-Beobachtungen, wie die eines Photometers auf einer Höhenforschungsrake (Leinert et al., 1974), erweitern auch die Beobachtungen auf eine Elongation $\epsilon \approx 15^\circ$ zur Sonne.

Die Strahlung des Staubes in unmittelbarer Sonnenumgebung (F-Korona, $\epsilon \leq 2^\circ$) gibt die Atmosphäre nur in einer Sonnenfinsternis frei (vgl. Zirker, 1984) oder ist nur durch geeignet positionierte Koronographen zugänglich (Blackwell, 1967; Koutchmy and Lamy, 1985). Die Interpretation dieser Helligkeiten neben ihrer zuverlässigen Separation von der K-Korona

ist außerordentlich erschwert, da sich die Eigenschaften des Staubes nahe der Sonne gegenüber der globalen zodiakalen Wolke verändern. Nahe der Sonne ($r < 0,1$ AE) treten Kollisionen in einem deutlich erhöhten Maß auf (Grün and Zook, 1980). Auch sublimieren die Partikeln in der Umgebung der Sonne, so daß unmittelbar um die Sonne eine staubfreie Zone noch unbekannten Radius (MacQueen, 1968; Schwehm, 1980) auftritt. Daher sind einfache Interpolationen der Helligkeiten in die fast gänzlich unbeobachtete Zone ($2^\circ \leq \epsilon \leq 15^\circ$) hinein durch Überbrückung zwischen globalem Zodiakallicht und Fraunhofer-Korona, wie durch Lamy und Koutchmy (Koutchmy and Lamy, 1985) geschehen, wenigstens zweifelhaft. So beziehen wir uns für Modellierungen lediglich auf die Photometrie von Levasseur-Regourd und Dumont, des HELIOS-ZLE und des aufgeführten Höhenforschungsraketen-Experimentes.

Beobachtungen im Infraroten

Die Ergebnisse der Beobachtungen für die thermische Emission der Partikeln, die vor allem im Spektralbereich von 10 bis 25 μm für die zodiakale Wolke relevant ist (Giese and Kneißel, 1987), fußen im wesentlichen auf dem geringen Material der Infrarot-Photometrien des Infrared Astronomical Satellite (Hauser et al., 1984) sowie dem höhenforschungsraketengestützten Zodiacal Infrared Project (ZIP) (Murdock and Price, 1985; Price, 1986). Beide unterscheiden sich aber in den beobachteten infraroten Helligkeiten um einen Faktor 2 (vgl. Levasseur-Regourd and Dumont, 1986). Eine Klärung blieb bislang aus.

Unmittelbare Symmetrien

Neben den genannten Unstimmigkeiten bestätigen alle Beobachtungen die Rotationssymmetrie der zodiakalen Wolke bezüglich einer Achse durch die Sonne. Auch besteht eine Spiegelsymmetrie bezüglich einer Äquatorebene, die die Sonne enthält. Da diese Ebene in strittiger Weise aber nur gering gegenüber der ekliptikalen Ebene geneigt (Eine Übersicht und eigene Resultate geben: Winkler et al., 1984; Hauser and Houck, 1985) ist, werden im Rahmen dieser Arbeit, die auf die globale Verteilung des Staubes zielt, die Äquator- und die ekliptikale Ebene miteinander identifiziert. Aufgrund dieser Symmetrie bilden die Orte gleicher Anzahldichte Oberflächen eines Rotationskörpers, so daß die Dichteverteilung der zodiakalen Wolke vollständig durch meridionale Schnitte dieses Rotationskörpers charakterisiert ist und zur Beschreibung eines Ortes in der zodiakalen

Wolke die Angabe seiner solaren Distanz r und der ekliptikal Breite β_0 ausreicht (vgl. Abb.2.1.a).

2.2. Strahlungsintegrale

Unter den in 2.1. genannten Voraussetzungen läßt sich die Gesamtstrahlung Z in Form des Helligkeits- und des thermischen Emissionsintegrals formulieren.

Helligkeitsintegrale

Das Helligkeitsintegral unter Benutzung des Richtungsstreuoeffizienten

Dumont (Dumont, 1983) beschreibt die Streueigenschaften des Volumenelementes ΔV durch eine Größe D ($[D] = 1/(m \text{ sr})$), den Richtungsstreu-
koeffizienten, so daß die gesamte Helligkeit entlang des Sehstrahls oder
das Helligkeitsintegral

$$Z(\epsilon, i_{LOS}, R) = F_0 R_0^2 \int_0^{\infty} \frac{D(r, \beta_0, \theta)}{r^2} dl \quad (2.2.A)$$

wird, worin F_0 ($[F_0] = W/(m^2 nm)$) die solare Strahlungsflußdichte am Ort der Erde R_0 darstellt. Die Variablen r , β_0 und θ sind nach l parametrisiert.

Klassische Darstellung des Helligkeitsintegrals

Üblicherweise (Giese et al., 1986) liegt der Richtungsstreuoeffizient separiert nach dem mittleren differentiellen Streuquerschnitt $\langle S(\theta) \rangle$ und der Anzahldicke n der Partikeln im Volumenelement ΔV am Ort (r, β_0) vor, so daß

$$D(\theta) = n \langle S(\theta) \rangle \quad (2.2.B)$$

ist. (Wir verzichten an dieser Stelle auf die ausdrückliche Kennzeichnung der Ortsabhängigkeit.)

Der differentielle Streuquerschnitt $\langle S(\theta) \rangle$ beschreibt die Effektivität der Streuung von solarer Strahlung an den Staubpartikeln in Richtung des Streuwinkels θ . Seinerseits läßt sich der differentielle Streuquerschnitt wieder aufspalten in ein Produkt aus mittlerem geometrischem Querschnitt

$\pi \langle s^2 \rangle$ der als kugelförmig betrachteten Teilchen mit dem Radius s und geometrischer Albedo $A(0)$ bezogen auf die Raumwinkelprojektion des Halbraumes π . Die aufgeführte Albedo $A(\theta)$ ist eine Verallgemeinerung der geometrischen Albedo $A(\theta = 180^\circ)$, die die Streustrahlung einer Partikel in Opposition mit der einer weißen Lambert-Scheibe vergleicht (vgl. Hanner et al., 1981). Es gilt:

$$\langle S(\theta) \rangle = \langle s^2 \rangle A(\theta) \quad (2.2.C)$$

Die **Anzahldichte** n ihrerseits stellt wieder ein Produkt

$$n(r, \beta_\theta) = n_0 (r/R_0)^{-\nu} f(\beta_\theta) \quad (2.2.D)$$

dar. Darin ist n_0 die absolute Anzahldichte der Partikeln bei einer Entfernung R_0 (Sonne-Erde) in der ekliptikalen Ebene.

Neben dem Potenzgesetz des radialen Dichteabfalls beschreibt die Funktion $f(\beta_\theta)$ die Abhängigkeit der Anzahldichte von der helioekliptikalen Breite β_θ mit $f(\beta_\theta = 0) = 1$. Bei der differentiellen Streufunktion erwägt man bislang nur eine radiale Abhängigkeit in Form von

$$\langle S(\theta, r) \rangle = \langle S(\theta, r = R_0) \rangle (r/R_0)^{-\mu}, \quad (2.2.E)$$

so daß $\nu^* = \nu + \mu$ ist (Kneibel and Giese, 1986). Außerdem faßt man auch die differentielle Streufunktion $\langle S(\theta) \rangle$ und die Anzahldichte n_0 zur Volumenstrefunktion $VSF(\theta) = \langle S(\theta, R_0) \rangle n_0$ zusammen (Lamy and Perrin, 1986).

Nach Transformation auf den Streuwinkel θ erhält man schließlich für die beobachteten Helligkeiten

$$Z(\epsilon, i_{LOS}, R) = \frac{F_0 R_0}{(R/R_0 \sin \epsilon)^{\nu^*+1}} \int_{\epsilon}^{\pi} \frac{\langle S(\theta, R_0) \rangle n_0 \cdot f(\beta_\theta(\theta)) \sin^{\nu^*} \theta d\theta}{VSF(\theta)} \quad (2.2.F)$$

Im Gegensatz wird dieses Integral:

$$Z(\epsilon=180^\circ, i_{LOS}=0^\circ, R) = \frac{F_0 R_0}{(1+\nu^*)} \frac{1}{(R/R_0)^{1+\nu^*}} \underbrace{<S(\theta=\pi, R_0)> n_0}_{VSF(\theta)} \quad (2.2.G)$$

Thermische Emissionsintegrale

Im Fall der thermischen Emission der Partikeln beschreiben die Planck-Funktion $B(\lambda, <T>) = \frac{2hc^2}{\lambda^5} (\exp(hc/k\lambda <T>)-1)^{-1}$, die außer von dem Planckschen Wirkungsquantum h , der Boltzmann-Konstante k und der Lichtgeschwindigkeit c , von der Wellenlänge λ und der mittleren Temperatur $<T>$ der Partikeln im Volumenelement ΔV abhängt, und der mittlere Strahlungsemissionsquerschnitt des Volumenelementes $<C_E>$ die Strahlungseigenschaften der Partikeln im Volumenelement. (Exakt ist $<C_E>$ auch wellenlängenabhängig.)

Die mittlere Temperatur $<T>$ wird aus dem Strahlungsgleichgewicht der Partikeln im Volumenelement ΔV für die absorbierte Sonnenstrahlung und die emittierte thermische Strahlung abgeleitet.

Neben anderen Ansätzen (vgl. Röser and Staude, 1978) liefert die Beschreibung der Absorptionseigenschaften über das Spektrum der solaren Strahlung durch **einen** Absorptionsquerschnitt $<C_A>$ und der Emissionseigenschaften über das Spektrum der thermischen Emission der Partikeln durch **einen** Emissionsquerschnitt $<C_E>$, wenn man noch das Strahlungsverhalten von Sonne und Partikeln durch das Stefan-Boltzmann-Gesetz beschreibt, einen besonders einfachen Ausdruck für die Abhängigkeit der mittleren Temperatur $<T>$ von der solaren Distanz der Partikeln (Kaiser, 1970):

$$<T> = <T(R_0)> (r/R_0)^{-0,5} \quad (2.2.H)$$

mit $<T(R_0)> = <T_0> (<C_A>/<C_E>)^{0,25}$.

Die Größe $<T(R_0)>$ beschreibt darin die mittlere Temperatur in einem Volumenelement bei einer Distanz R_0 . Diese reduziert sich im Fall eines schwarzen bzw. grauen Strahlers ($<C_A> = <C_E>$) auf die Temperatur $<T_0>$ (vgl. Leinert, 1975; Frazier, 1977; Peterson, 1963).

In einigen Arbeiten wird auch eine Variation des Absorptionsquerschnitts $\langle C_A \rangle$ mit der solaren Distanz zugelassen (Levasseur-Regourd and Dumont, 1986). Verwendet man wieder die bekannte Darstellung für die Anzahlldichte, dann ist das thermische Emissionsintegral

$$Z(\epsilon, i_{LOS}, R) = R_0 n_0 \frac{1}{\sin^{\nu-1} \epsilon} \int_{\epsilon}^{\pi} \langle C_E \rangle B(\lambda, \langle T \rangle) f(\beta_0) \sin^{\nu-2} \theta d\theta \quad (2.2.J)$$

In Opposition zur Sonne wird die thermische Helligkeit dann

$$Z(\epsilon = \pi, i_{LOS} = 0, R) = n_0 \int_R^{\infty} (r/R_0)^{-\nu} \langle C_E \rangle B(\lambda, \langle T \rangle) dr \quad (2.2.K)$$

(vgl. Leinert, 1975; Murdock and Price, 1985).

2.3. Inversionen der Strahlungsintegrale

Aus den Strahlungsintegralen sind die Dichtefunktionen zu entfalten. Allgemein sollten die Dichtefunktionen stetig differenzierbar sein, da auch der gesamte Integrand "glatt" ist (Dumont and Levasseur-Regourd, 1985b). Die Inversionen der Strahlungsintegrale zur Bestimmung der Dichtefunktionen werden auf verschiedene Weise durchgeführt. Die detaillierten Lösungen, besonders zu den breitenabhängigen Anzahlldichtefunktionen, werden erst in 3. vorgestellt.

2.3.1. Inversion des Helligkeitsintegrals

Das Potenzgesetz der Anzahlldichte abgeleitet aus Raumsondenmessungen

Blickt das auf einer Raumsonde positionierte Beobachtungsinstrument während der Fahrt durch den interplanetaren Raum immer in die gleiche Richtung (ϵ, i_{LOS}) , dann ist die Helligkeit $Z(\epsilon, i_{LOS}, R) \sim R^{-(\nu^*+1)}$ gemäß (2.2.F), so daß sich ν^* aus dieser Proportionalität bestimmen läßt. Aus den Zodiakallichtbeobachtungen auf den Sonden HELIOS und PIONEER 10 findet man ein $\nu^* = 1,3$ für das innere Sonnensystem ($0,3 \text{ AE} \leq r \leq 1 \text{ AE}$) und ein $\nu^* \approx 1,5$ für das äußere Sonnensystem (Leinert et al., 1977; Hanner et al.,

1976). Dabei besitzt der Exponent $\nu^* = 1,3$ eine Präferenz, da die zu Grunde liegenden Beobachtungen des HELIOS-ZLE innerhalb der nun über 10 Jahre währenden Betriebszeit der Raumsonde mehrfach bestätigt worden sind (Leinert, 1987). Auch findet Dumont (Dumont, 1973) unabhängig davon einen Exponenten $\nu = \nu^* = 1,2$ aufgrund terrestrischer Beobachtungen. Der Exponent $\nu^* = 1,3$ wird von Leinert et al. (Leinert et al., 1977) im Sinne eines Dichteabfalls ($\nu = \nu^*$) interpretiert.

Abweichend behaupten Lamy und Perrin (Lamy and Perrin, 1986) die Unmöglichkeit eines Potenzgesetzes mit $\nu^* > 1$ und verlangen ein $\nu^* = \nu = 1$ für den radialen Dichteabfall. Diese Hypothese beruht aber auf der kritischen Interpolation der Beobachtungen für Elongationen $2^\circ \lesssim \epsilon \lesssim 15^\circ$ (vgl. 2.1.). Auch können sie die Diskrepanz zu den Raumsondenbeobachtungen nicht klären, so daß die weitere Verwendung eines Exponenten $\nu^* = 1,3$ als am besten gesichert erscheint.

Differentielle Streufunktion

Neben dem bekannten Exponenten ν^* hängt das Helligkeitsintegral (2.2.F) für Beobachtungsrichtungen in der Ekliptik ($i_{\text{LOS}} = 0$) noch von der differentiellen Streufunktion $\langle S(\theta) \rangle$ ab, so daß sich diese aus den Inversionen des Integrals bis auf einen Faktor n_0 bestimmen läßt, bzw. die Volumenstreufunction gefunden wird.

Während Levasseur-Regourd und Dumont (Levasseur-Regourd and Dumont, 1978) gezeigt haben, daß gerade im Vorwärtsstrebereich eine ganze Reihe von Streufunktionen möglich sind, gelangen unterschiedliche Inversionstechniken (Dumont and Sanchez, 1975; Hong, 1985; Leinert, 1978) für Streuwinkel $\theta > 45^\circ$ zu ähnlichen differentiellen Streufunktionen (vgl. Giese et al., 1986), so daß die differentielle Streufunktion nach Leinert repräsentativ für das Lichtstreuverhalten der zodiakalen Partikeln ist. Charakteristisch im Verlauf dieser Funktion ist das Maximum im Vorwärtsstrebereich und die erhöhte Rückstreuereffektivität regolithartiger Oberflächen (Giese et al., 1978).

Entsprechend eines kleineren Exponenten ν^* bestimmen Lamy und Perrin (Lamy and Perrin, 1986) eine differentielle Streufunktion, die im Vorwärtsstrebereich stärker und im Rückwärtsstrebereich weniger stark als die

eben dargestellten ansteigen. Die Gültigkeit dieser Funktion steht aufgrund des vorher Gesagten ebenso in Frage.

Breitenabhängige Dichtefunktion

Auf der Grundlage eines Potenzgesetzes $(r/R_0)^{-v^*}$ und der Streufunktion läßt sich die außerekliptikale Verteilung $f(\beta_0)$ des zodiakalen Staubes aus dem Helligkeitsintegral ermitteln.

Besonders Buitrago et al (Buitrago et al., 1981; Buitrago et al., 1983) haben herausgestellt, daß die Funktion $f(\beta_0)$ im Helligkeitsintegral Lösung einer Volterraschen Integralgleichung 1.Art bezüglich des Produktes $(r/R_0)^{-v^*} \cdot \langle S(\theta) \rangle$ als Kern ist. In diesem Sinne haben sie numerische Lösungen für die breitenabhängige Anzahldichtefunktion $f(\beta_0)$ über eine Transformation auf eine Volterrasche Integralgleichung 2.Art entwickelt. Meist wird die Dichtefunktion $f(\beta_0)$ bestimmt, indem man im Sinne eines "educated guess" aus der Gestalt der Isodensen den wesentlichen Verlauf der Dichtefunktion errät. In dieser Dichtefunktion bleiben einige Parameter frei, die dann aus einer Anpassung zu den Beobachtungen zu ermitteln sind.

Neben der schon genannten stetigen Differenzierbarkeit sollten die breitenabhängigen Dichtefunktionen Eigenschaften wie $f(\beta_0) = f(-\beta_0)$ aufgrund der äquatorialen Symmetrie tragen. Eigentlich ist β_0 nur im Intervall $[-\pi/2, \pi/2]$ definiert. Bei einer Variation von β_0 in einem meridionalen Schnitt von 0 bis π ist auch die Beziehung $f(\beta_0) = f(\pi - \beta_0)$ gefordert.

Die meisten Dichtefunktionen fallen auch monoton mit steigendem β_0 ab. Dies folgt der Beobachtung, daß die Helligkeiten mit zunehmender ekliptikaler Breite abnehmen. Dies ist keineswegs zwingend, erst die Untersuchung zur Dynamik setzt hier Randbedingungen (vgl. Mindestdichte 7.3.1.).

2.3.2. Inversion des thermischen Helligkeitsintegrals

Die Methoden zur Inversion des thermischen Emissionsintegrals sind unterschiedlich ausgefeilt.

Im einfachsten Fall werden die Größen ν , $\langle T(R_0) \rangle$, n_0 und eine vorausgesetzte Dichtefunktion $f(\beta_0)$ mit freien Parametern unterschiedslos den Beobachtungen angepaßt (Good et al., 1986).

Einige Analysen (Deul and Wolstencroft, 1987; Levasseur-Regourd and Dumont, 1986) bestimmen zunächst die Temperatur $\langle T(r_0) \rangle$ als Farbtemperatur aus einem isolierten Volumenelement bei R_0 . Zur Bestimmung der Farbtemperatur (Neugebauer et al., 1984b) wird ähnlich der Farbtemperatur von Sternen (vgl. Scheffler und Elsässer, 1974) der spektralen Helligkeitsverteilung dieses Volumenelementes die einer Planck-Funktion von der festzulegenden Temperatur $\langle T(R_0) \rangle$ angepaßt.

Schließlich gewinnen andere (Salama et al., 1986) vor Bestimmung der breitenabhängigen Dichtefunktion $f(\beta_0)$ aus den ekliptikalen Beobachtungsdaten den Exponenten ν der Anzahldichtefunktion.

2.3.3. Methode der Knoten geringerer Unsicherheit

Die Methode der Knoten geringerer Unsicherheit (Dumont, 1983; Dumont and Levasseur-Regourd, 1985a) will ohne die vorausgesetzte Separation des Integranden in eine Streufunktion und eine Dichtefunktion auskommen. Sie bleibt dabei auf die ekliptikale Ebene beschränkt. Eine Auswertung der ekliptikal orientierten Beobachtungen im Sinne des Helligkeitsintegrals (2.2.A) findet einen funktionalen Verlauf für den Richtungsstreuoeffizienten $D(\theta, r)$ an einigen Orten in der ekliptikalen Ebene mit einem geringeren Maß an Unsicherheit als an anderen Stellen, eben an Knoten geringerer Unsicherheit. Ein hier besonders interessierender Knoten geringerer Unsicherheit ist der Quasi-Radiale-Knoten, der sich vom Inneren des Sonnensystems bis zur Erdbahn erstreckt, entlang dessen die Beziehung $D(\theta=90^\circ, r) \sim r^{-1,5}$ gilt.

Andererseits kommen die beiden Autoren (Levasseur-Regourd and Dumont, 1986) aus einer Analyse der IRAS-Beobachtungen zu dem Ergebnis, daß die mittlere Temperatur $\langle T \rangle \sim r^{-0,34}$ ist abweichend vom Fall eines konstanten Verhältnisses der Wirkungsquerschnitte $\langle C_A \rangle / \langle C_E \rangle$ (vgl. 2.2.).

Dies wird auf eine Veränderung des Absorptionsquerschnitts, im Sinne einer Zunahme des Reflexionsvermögens der Teilchenoberflächen mit sinkender

solarer Entfernung, zurückgeführt. Auf eine Veränderung der optischen Eigenschaften in Sonnennähe weisen schon Lumme und Bowell (Lumme and Bowell, 1985), Fechtig und Mukai (Fechtig and Mukai, 1985) und die Ergebnisse des HELIOS-Zodiakallichtexperimentes hin (Leinert et al., 1981; Killinger, 1988). Da die Analyse des thermischen Verhaltens der Partikeln die Abhängigkeit des Streuquerschnitts von der solaren Entfernung liefert, läßt sich endlich unabhängig von optischen Beobachtungen die radiale Abhängigkeit des Richtungsstreuoeffizienten nach dem Streuquerschnitt und der Anzahldichte entfalten, die hier zu $n(r) \sim r^{-1}$ bestimmt wird. Ein solcher Dichteabfall deckt sich mit den Ergebnissen von Lamy und Perrin (Lamy and Perrin, 1986) sowie anderen Infrarotanalysen (Murdock and Price, 1981). Die Analyse zur Dynamik der Staubpartikeln wird hingegen zeigen, daß ein derart flacher Abfall der Anzahldichte ($\nu = 1$) nur unter hinterfragbaren Voraussetzungen möglich ist und die äußerste Grenze darstellt (vgl. 5.).

Um auf der anderen Seite konsistent mit den HELIOS-ZLE-Ergebnissen zu bleiben, ergibt sich für die radiale Abhängigkeit der Streufunktion $\langle S(\theta, r) \rangle \sim r^{-0,3}$ (vgl. Kneißel and Giese, 1986).

Zusammenfassung

Der rotationssymmetrische Ausdruck $n(r, \beta_0) = n(r) \cdot f(\beta_0)$ als Lösung der Inversion der Strahlungsintegrale beschreibt die Anzahldichte der zodiakalen Partikeln durch die vom solaren Abstand r abhängige Funktion $n(r)$ und die von der ekliptikalen Breite β_0 abhängige $f(\beta_0)$, die besonders die dreidimensionale Verteilung des Staubes beschreibt (vgl. 3.).

Der abstandsabhängige Ausdruck besitzt eine Darstellung als Potenzfunktion: $n(r) = n_0(r/R_0)^{-\nu}$, wo n_0 die absolute Anzahldichte beim Abstand Sonne-Erde R_0 ist. Auswertungen der Messungen im optischen Spektralbereich verlangen bis auf eine fragliche Ausnahme Exponenten $\nu \geq 1,3$ und die im infraroten $\nu = 1$ oder auch $1,1$.

Wir haben gezeigt, daß eine Potenzfunktion mit dem Exponenten $\nu = 1$ auch die optischen Beobachtungen beschreibt, wenn man eine vom solaren Abstand abhängige Streufunktion annimmt, worauf auch andere experimentelle und theoretische Befunde hinweisen.

Die absolute Anzahldichte n_0 läßt sich nicht aus dem Helligkeitsintegral oder dem thermischen Emissionsintegral ohne weitere Annahmen ermitteln, da dieses die mit ihren Streueigenschaften bzw. Emissionseigenschaften gefaltete Anzahldichte (Volumenstrefunktion) beschreibt, so daß man auf Experimente mit Mikrometeoriteneinschlagsdetektoren verwiesen ist (vgl. 4.).

3. MODELLE DER RÄUMLICHEN VERTEILUNG DES ZODIAKALEN STAUBES

Die gegenwärtig diskutierten Modelle des zodiakalen Staubes, für die wir aus mnemotechnischen Gründen Bezeichnungen in Erweiterung existierender eingeführt haben, sind auf ihre Übereinstimmung mit den beobachteten Helligkeiten geprüft worden. Diese Untersuchungen sind an anderer Stelle (Giese et al., 1986; Giese and Kneißel, 1987; auf diese Arbeiten wird im folgenden nicht mehr ausdrücklich hingewiesen) umfangreich dargestellt worden, so daß hier ihre Ergebnisse genügen sollen. Wir ergänzen mathematische Eigenschaften der Funktionen $f(\beta_z)$ in Hinblick auf spätere Diskussionen (vgl. 7.). Am Ende dieses Kapitels (vgl. Tab.3.α) findet sich noch einmal eine Zusammenstellung aller Modellbezeichnungen mit ihren Autoren, ihrer Anpassung an die Beobachtungen durch zwei signifikante Größen sowie eine graphische Darstellung (Abb. 3.a.-q.) in Form meridionaler Schnitte ihrer Isodensen (vgl. 2.1.).

3.1. Modelle abgeleitet aus Beobachtungen im sichtbaren Spektralbereich

Klassische Modelle - Ellipsoid- und Fächer-Modelle

Aufgrund der Abflachung der zodiakalen Wolke an den Polen schlagen Dumont (Dumont, 1976a) und Giese und von Dziembowski (Giese and von Dziembowski, 1969) unabhängig voneinander vor, die Isodensen der Wolke durch Sphäroide, **Ellipsoid-Modelle**, darzustellen.

Abb.3.a. zeigt das Ellipsoid-Modell (auch: Klassisches Ellipsoid), dessen analytische Darstellung lautet:

$$n(r, \beta_\odot) \sim r^{-\nu} \left[1 + (\gamma_E \sin \beta_\odot)^2 \right]^{-\nu/2} \quad (3.1.A)$$

Für $\nu = 1,3$ findet man $\gamma_E = 6,5$. Die Anpassung für eine Ebene senkrecht zum helioekliptikalen Meridian am Ort der Erde ($\epsilon = 90^\circ$) ist besonders gut. Nahe der Sonne aber werden die Helligkeiten um $\sim 27\%$ unterschätzt. Durch die Messungen des HELIOS-ZLE rücken die sonnennäheren Zonen mehr in das Interesse, so daß Leinert ein Modell vorschlägt, das dort besonders gut die Beobachtungen reproduziert. Die Helligkeiten an den Polen nach diesem Modell überschreiten jedoch die beobachteten Werte um $\sim 30\%$. Da der meridionale Schnitt der Isodensen an einen aufgeschlagenen Fächer (Abb.3.b.) erinnert, geben Leinert et al. (Leinert et al., 1976; Leinert et al., 1981) dem Modell den Namen **Fächer-Modell**. Seine analytische Form lautet: (Wir nennen es auch klassisches Fächer-Modell)

$$n(r, \beta_\odot) \sim r^{-\nu} e^{-\gamma_F |\sin \beta_\odot|} \quad (3.1.B)$$

mit $\nu = 1,3$ und $\gamma_F = 2,1$.

Bei geeigneter Wahl der Parameter lassen sich die Beobachtungen durch ein komprimiertes Fächer-Modell ($\gamma_F = 2,9$ und $\nu = 1,3$, Abb.3.f.) ebenso gut wie durch ein Ellipsoid-Modell und durch ein aufgegeblasenes Ellipsoid-Modell ($\gamma_E = 4,5$ und $\nu = 1,3$, Abb.3.e.) ebenso gut wie durch ein Fächer-Modell darstellen, da Feinheiten wie das Vorhandensein (Fächer) oder Fehlen (Ellipsoid) einer Senke über den solaren Polen in der Integration über den Sehstrahl verwischt werden.

Allgemein zeigen beide Modelltypen einen monoton fallenden Verlauf der Anzahldicke $f(\beta_\odot)$ mit wachsender Breite $\beta_\odot$. Weiter weisen beide Modelle bis auf Ausnahmen stetige Differenzierbarkeit auf. So ist die Dichtefunktion des Fächer-Modells an der Stelle $\beta_\odot = 0$ aufgrund des Absolutbetrages $|\sin \beta_\odot|$ nicht differenzierbar, wie es auch schon die Spitzen in der Isodensendarstellung vermuten lassen. Eine solche Darstellung ist weniger geeignet, da sie einen nicht existenten Sprung in den Änderungen der Helligkeiten prognostiziert, wenn der Sehstrahl die Ekliptik kreuzt.

Polkugel-Modelle

Um die mangelnde Übereinstimmung des Ellipsoid-Modells nahe der Sonne zu beseitigen, schlägt Dumont (Dumont, 1976b) ein Modell vor, das sich aus einem äußerst komprimierten Fächer-Modell und einem Kugelanteil über den solaren Polen zusammensetzt. Da die Isodensen der Gestalt eines Sombreros (vgl. Abb.3.g.) ähneln, gibt ihm Dumont den Namen **Sombrero-Modell** (auch: Klassischer Sombrero), für dessen analytische Form sich abweichend von Dumont (Giese et al., 1986) finden läßt:

$$n(r, \beta_\odot) \sim r^{-\nu} (k_S + (1-k_S) \cos^{n_S} \beta_\odot) \quad (3.1.C)$$

mit $k_S = 0,15$, $n_S = 28$ und $\nu = 1,3$.

Eine noch bessere Anpassung zu den Beobachtungen erreicht dieser Modelltyp durch Wahl der Parameter $k_S = 0,2$ und $n_S = 44$ (Rittich, 1986). Gegen

dieses **optimale Sombbrero-Modell** mit seinem mächtigen Polkugelanteil (vgl. Abb.3.1.) werden vom Standpunkt der Dynamik Gegenargumente zu erwägen sein. In dieser Form sind die Sombbrero-Modelle durchweg stetig differenzierbar und besitzen einen fallenden Verlauf mit wachsender helio-ekliptikaler Breite.

Auch Lumme und Bowell (Lumme and Bowell, 1985) modifizieren das Fächer-Modell um einen Polkugelanteil. Der numerische Ausdruck für dieses **Polkugel-Fächer-Modell** lautet (vgl. Abb.3.h.)

$$n(r, \beta_0) \sim r^{-\nu} e^{-3,8|\sin\beta_0|} e^{2 \sin^2 \beta_0} \quad (3.1.D)$$

mit $\nu = 1,3$.

Die stetige Differenzierbarkeit ist hier wieder verletzt bei $\beta_0 = 0$ aufgrund von $|\sin\beta_0|$ wie bei allen Fächer-Modellen. Während die Dichtefunktion $f(\beta_0)$ mit steigendem β_0 zunächst deutlich abfällt, erreicht sie bei $\beta_0 \approx 72^\circ$ ein Minimum, um dann kaum merklich anzusteigen.

Visueller extremer Fächer

Vor dem bereits dargestellten Hintergrund entwickeln Lamy und Perrin (Lamy and Perrin, 1986) eine eigene breitenabhängige Anzahldichtefunktion, die eine weitere Modifikation des Fächer-Modells darstellt:

$$n(r, \beta_0) \sim r^{-1} e^{-3,5|\sin\beta_0|^\xi} \quad (3.1.E)$$

mit $\xi = 0,775 + 0,624 \sin\beta_0$.

Gemäß (Abb.3.m.) ist dieses Modell über den Polen nahezu "materielos", so daß es dort ausgeprägte Löcher besitzt (**Visueller extremer Fächer oder extremer Fächer (V)**). Dieses Modell trifft unter Verwendung der Streufunktion der Autoren die Beobachtungen in der Ekliptik gut, während in größeren ekliptikal Breiten ($\beta > 30^\circ$) die Beobachtungen um bis zu $\sim 30\%$ unterschritten werden.

Mehrfachkelch-Modelle

Die breitenabhängige Dichtefunktion $f(\beta_\theta)$ nach Buitrago et al. (Buitrago et al., 1983) unterscheidet sich deutlich von den vorhergehenden Funktionen (vgl. Abb.3.n.). Die Dichtefunktion $f(\beta_\theta)$ fällt zunächst von $f(\beta_\theta=0^\circ) = 1$ streng monoton auf einen Wert von $f(\beta_\theta=45^\circ) = 0$, um dann wieder streng monoton anzusteigen. Sie erreicht bei $f(\beta_\theta=72^\circ) \approx 0,29$ ein lokales Maximum. Schließlich fällt sie für polnahe Winkel wieder ab und erreicht $f(\beta_\theta=90^\circ) \approx 0,1$. Da Buitrago et al. keinen analytischen Ausdruck für ihre Dichtefunktion $f(\beta_\theta)$ angeben, sondern lediglich eine graphische Darstellung, ist eine trigonometrische Interpolation dieser Kurve und ihrer numerisch hergestellten 1. Ableitung entwickelt worden. Diese trigonometrische Reihe ist von der Gestalt

$$f(\beta_\theta) \approx \sum_{j=0}^{J=16} a_j \cos^{2j} \beta_\theta \quad (3.1.F)$$

Auf eine Darstellung der 17 Koeffizienten wird hier verzichtet.

Diese Form trägt einmal der Spiegelsymmetrie bezüglich der Äquatorebene Rechnung: $f(\beta_\theta) = f(-\beta_\theta)$ und weiter der genannten Symmetrie innerhalb eines Meridionalschnittes ($f(\beta_\theta) = f(\pi - \beta_\theta)$). Der Vorteil dieser goniometrischen Interpolation wird sich für die Dynamik erweisen. Schließlich ist die gesamte Dichtefunktion

$$n(r, \beta_\theta) \sim r^{-1} \sum_{j=0}^{J=16} a_j \cos^{2j} \beta_\theta$$

Da die räumliche Gestalt an die ineinandergeschachtelten Blätter eines Blütenkelchs erinnern mag, wird der Name Mehrfachkelch-Modell oder kurz Kelch-Modell verwendet. Von Rittich (Rittich, 1986) wird ein Kelch-Modell für $\nu = 1,3$ nach dem klassischen Vorgehen entwickelt. Seine analytische Form wird hier auch als eine endliche Reihe gerader Potenzen der Kosinusfunktion angegeben. (Diese gewinnt man durch einfaches Ausrechnen aus der ursprünglichen Form.):

$$n(r, \beta_0) \sim r^{-1,3} \sum_{j=1}^{j=5} a_j \cos^{2j} \beta_0 \quad (3.1.G)$$

mit $a_1 = 8,35$, $a_2 = -53,06$, $a_3 = 126,41$, $a_4 = -133,84$ und $a_5 = 53,14$.

Das Minimum wird in diesem Fall bei $\beta_0 \approx 38^\circ$ angenommen, gefolgt von einem Maximum bei $\approx 70^\circ$ und einem Minimum $f(\beta_0 = 90^\circ) = 0$.

In der Nähe der Sonne ($15^\circ < \epsilon < 30^\circ$), wo der Sehstrahl entsprechend der Mehrfachkelchgestalt nahezu teilchenfreie Zonen durchsticht, vermögen die Mehrfachkelch-Modelle in keiner Weise den Beobachtungen zu genügen.

3.2. Modifikation der Anzahldichtefunktionen durch eine veränderliche Streufunktion

Interpretiert man, wie in 2.3.2. nahegelegt, die Ergebnisse der Satellitenbeobachtungen, im Sinne eines kombinierten Abfalls der Dichte $\nu = 1$ und der Streufunktion $\mu = 0,3$, so ist diese Teilung ohne Belang für die Anpassung der Modelle, jedoch zeigen sich signifikante Unterschiede bei den Dichteverteilungen.

Die Abb. 3.c., d., j. und k. zeigen nun die Isodensen für die mit $\nu = 1$ durchgeführten Modellierungen. Die Veränderung gegenüber denen mit $\nu = 1,3$ ist besonders deutlich an den Materiesenken oder Pollöchern über den solaren Polen zu erkennen. Andererseits sind die Isodensen entlang der Ekliptik gestreckt, da die Materiekonzentration bei einem Potenzgesetz mit $\nu = 1$ weniger stark als im Referenzfall $n(r) \sim r^{-1,3}$ abfällt. Die Streckung der Isodensen existiert prinzipiell radialsymmetrisch um die Sonne, nur wird sie aufgrund der großen Verdünnung infolge der Funktion $f(\beta_0)$ an den Polen kaum deutlich.

3.3. Modelle aus Beobachtungen im infraroten Spektralbereich

Modelle aus IRAS-Beobachtungen

Ohne an dieser Stelle auf die Schwierigkeiten der von den verschiedenen Forschergruppen verwendeten Koordinatensysteme näher einzugehen, seien hier die Resultate der Modellierungen aus den Beobachtungen mit dem Satelliten IRAS zusammengefaßt. In den ersten Publikationen (Hauser et al., 1984) wird ohne weitere Argumentation eine Nähe zum Modell nach Leinert behauptet und zum anderen zu einem Fächer-Modell nach Frazier (Frazier, 1977). Beide schließen einander aus.

Später gelangen Good, Hauser und Gautier zu einer weiteren vorläufigen Version (Good et al., 1986), deren mathematische Darstellung lautet:

$$n(r, \beta_{\odot}) \sim r^{-1,1} e^{-4,2 |\sin \beta_{\odot}|^{1,2}} \quad (3.3.A)$$

Dies führt zu den geschilderten Polsenken infolge des Teilchenabfalls $n(r) \sim r^{-1,1}$, der durch eine breitenabhängige Funktion $f(\beta_{\odot}) = e^{-4,2 |\sin \beta_{\odot}|^{1,2}}$ verstärkt wird (vgl. Abb.3.o.). Dieses Modell wird im folgenden **infrarotes extremes Fächer-Modell** oder **extremes Fächer-Modell (IR)** genannt.

Das von Deul und Wolstencroft (Deul and Wolstencroft, 1987) vorgeschlagene Modell kommt zwar zu einem ähnlichen Teilchenzahldichteabfall $n(r) \sim r^{-1,1}$. Der breitenabhängige Teil $f(\beta_{\odot})$ unterscheidet sich aber von der vorhergenannten Version. Für die gesamte Dichtefunktion findet man die Darstellung:

$$n(r, \beta_{\odot}) \sim r^{1,1} e^{-2,7 |\sin \beta_{\odot}|} \quad (3.3.B)$$

Aufgrund des geringeren Exponenten von 2,7 gegenüber 4,2 sind die Materiesenken über den Polen hier weniger ausgeprägt (vgl. Abb. 3.p.). Dieser geringere Abfall der Funktion $f(\beta_{\odot})$ mit wachsender ekliptikaler Breite $\beta_{\odot}$ bei Deul und Wolstencroft gegenüber Good et al. ist durchaus konsistent mit ihrer geringeren Temperatur $\langle T_0 \rangle$, die eine geringere thermische Strahlung der Partikeln unterstellt und daher eine größere Materiedichte fordern muß, um die durch das IRAS-Teleskop beobachteten

infraroten Helligkeiten zu treffen. Zur Unterscheidung vom klassischen Fächer-Modell und, da die Materiesenken über den Polen weniger ausgeprägt sind als im Fall des extremen und komprimierten Fächer-Modells, nennen wir diesen Typ **moderates Fächer-Modell**.

Die Helligkeiten nach dem moderaten Fächer-Modell weichen global um $\sim 15\%$ von den Beobachtungen ab. In der Nähe der Sonne sind diese Differenzen (-25%) nicht mehr akzeptabel. Im Fall des extremen Fächer-Modells (IR) ist die Anpassung an die optischen Beobachtungen bescheiden ($< 20\%$). In der solaren Hemisphäre erreichen die Abweichungen mehr als -55% .

Modelle aus ZIP-Beobachtungen

Aus einer Analyse ihrer Infrarot-Photometrie finden Murdock und Price (Murdock and Price, 1985, Price, 1986) für die Anzahldichte:

$$n(r, \beta_0) \sim r^{-1} \cos \beta_0 \exp(-2,6 |\sin \beta_0|) \quad (3.3.C)$$

Dieses Fächer-Modell weist aufgrund des radialen Teilchenanzahldichtegesetzes $\sim r^{-1}$ schon die längs der Ekliptik gestreckte Form auf sowie die größeren Senken über den Polen, die durch den größeren Exponenten gegenüber dem klassischen Fächer-Modell in der Exponentialfunktion für polnahe ekliptikale Breiten β_0 verstärkt werden (Abb. 3.q.). Diese Polsenken werden schließlich durch den Term $\cos \beta_0$ zu vollständigen Pollöchern (**Polloch-Modell**). Dieses Modell erreicht eine akzeptable Anpassung an das globale Zodiakallicht. Aber nahe der Sonne sind die Helligkeiten weit zu schwach (-50%).

Bestätigung der klassischen Modelle

Salama et al. (Salama et al., 1986) finden aus einer Photometrie mit einem stratosphärenballon-gestützten Infrarot-Teleskop eine Bestätigung des Leinertschen Fächer-Modells.

Da alle aus infraroten Photometrien abgeleiteten Modelle Fächer-Modelle oder Modifikationen dieser sind, liegt ebenfalls mangelnde stetige Differenzierbarkeit bei $\beta_0=0$ und ein monotoner Abfall der Funktion $f(\beta_0)$ vor.

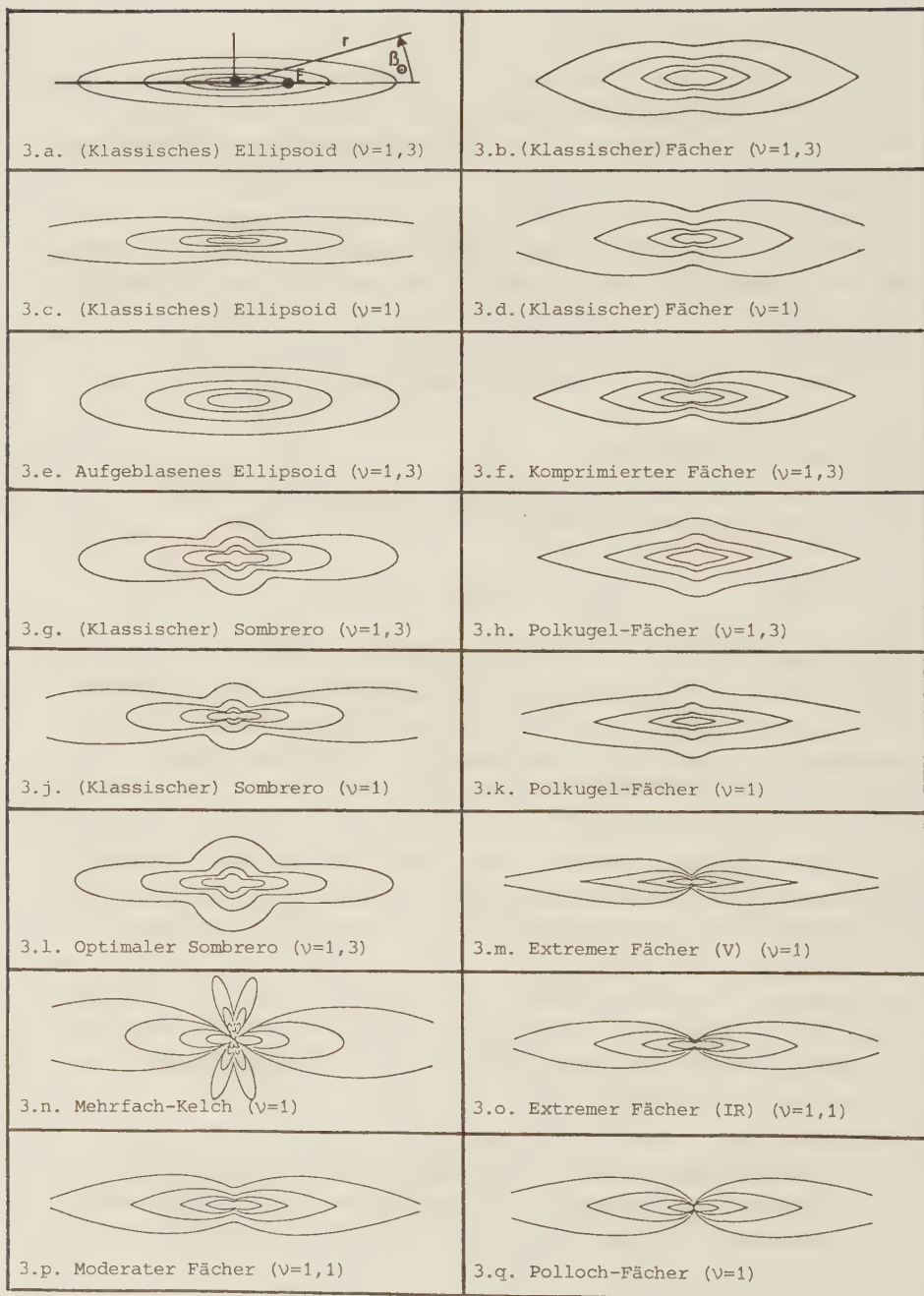


Abb. 3.a.- q.:

Meridionale Schnitte der Isodensen zodiakaler Staubverteilungen. Die Kurven gehören von innen nach außen Anzahldichten von $2 n_o$, $1 n_o$, $0,5 n_o$ und $0,25 n_o$ an.

Zusammenfassung (vgl. besonders Tab. 3.α.)

Die modellierten Helligkeiten nach allen aufgeführten Modellen bis auf das aufgeblasene Ellipsoid und den klassischen und visuellen extremen Fächer weichen in der sonnenabgewandten Hemisphäre ($\epsilon > 60^\circ$) um $\leq \pm 20\%$ von den beobachteten Helligkeiten ab. Berücksichtigt man die Richtung des Gegenseins nicht ($150^\circ \geq \epsilon > 60^\circ$), dann erreichen die aus optischen Beobachtungen abgeleiteten Modelle: Klassisches Ellipsoid, komprimierter Fächer sowie klassischer und optimaler Sombbrero und die aus infraroten Beobachtungen abgeleiteten: Moderater und Polloch-Fächer Anpassungsgenauigkeiten von $\leq \pm 10\%$. Diese liefern überdies in einem Winkel ($60^\circ < \epsilon \leq 150^\circ$) auch konvergente Darstellungen der Anzahldichte in Erdnähe. Die optischen Modelle, die einen Exponenten $\nu = 1,3$ des radialen Anzahldichtegesetzes besitzen, lassen unter Annahme einer vom solaren Abstand abhängigen Streufunktion auch einen Exponenten $\nu = 1$ zu.

Besonders große Diskrepanzen treten in der Beschreibung der polnahen Anzahldichten auf. Während die aus infraroten Beobachtungen abgeleiteten Modelle an den Polen Materieverdünnungen (Pollöcher) verlangen, tendierten die meisten aus optischen Beobachtungen abgeleiteten dort zu Materieverdichtungen, wo besonders die Polkugel-Modelle: Kugelfächer und optimaler Sombbrero sowie klassischer Fächer und aufgeblasenes Ellipsoid die Beobachtungen des sonnenzugewandten Bereichs ($30^\circ \leq \epsilon \leq 60^\circ$) wiedergeben (Die Abweichungen sind $\leq 10\%$). Die Anzahldichteverteilungen nach dem Mehrfachkelch-Modell und den Polloch-Modellen genügen den Beobachtungen nahe der Sonne nicht. Dabei stehen die Anpassungen an die Beobachtungen nahe der Sonne ($\epsilon \sim 30^\circ$) unter dem Vorbehalt einer geringeren Zuverlässigkeit der Messungen, so daß die vorgestellten polaren Partikelanzahlverdichtungen (besonders die mächtige Polkugel des optimalen Sombbreros) fraglich bleiben bis eine zuverlässigere Photometrie der solaren Umgebung existiert. Vom dynamischen Standpunkt aus sollen weitere Kriterien über die Gültigkeit der Modelle diskutiert werden (vgl. 6. und 8.).

Zunächst jedoch wird der Beitrag der Experimente mit Mikrometeoritendetektoren zu den Anzahldichteverteilungen speziell zur Bestimmung der absoluten Anzahldichte n_0 , diskutiert.

Tabelle 3.α.

Modellname (graphische u. mathematische Darstellung)	Autoren	Exponent d. Potenzges. für d. radia- len Anzahl- dichteabfall	Maximum der Abweichungen von den Beobachtungen ($Z_{\text{kalk}} - Z_{\text{obs}}$)/ Z_{obs} % im helio- ekliptikalnen Meridian Elongation des Sehstrahls $30^\circ \leq \epsilon \leq 60^\circ$ $60^\circ \leq \epsilon \leq 180^\circ$	
Aus optischen Beobachtungen				
Klassische Modelle und ihre Modifikationen				
Klassisches Ellipsoid (3.a,c; 3.1.A)	Dumont, 1976a; Giese and v. Dziembowski, 1969	1,3; 1	-27	-14
Aufgeblasenes Ellipsoid (3.e; 3.1.A)	Giese et al., 1986	1,3; 1	3	31
Klassischer Fächer (3.b,d; 3.1.B)	Leinert et al., 1976, 1981	1,3; 1	4	33
Komprimierter Fächer (3.f; 3.1.B)	Giese et al., 1986	1,3; 1	-31	-15
Polkugel-Modelle				
Original- Sombbrero (3.g,j; 3.1.C)	Dumont, 1976b; Giese et al., 1986	1,3; 1	-13	9
Optimaler Sombbrero (3.l; 3.1.C)	Rittich, 1986	1,3; 1	-6	-15
Polkugel- Fächer (3.h,k; 3.1.D)	Lumme and Bowell, 1985	1,3; 1	-10	-20
Polloch-Modelle				
Extremer Fächer (V) (3.m; 3.1.E)	Lamy and Perrin 1986	1	-30	-28
Mehrfachkelch-Modelle				
Original- Mehrfachkelch (3.n; 3.1.F)	Buitrago et al., 1983	1	-21	11
Modifizierter Mehrfachkelch (3.1.G)	Rittich, 1986	1,3; 1	-18	15
Aus infraroten Beobachtungen				
Klassisches modifiziertes Modell				
Moderater Fächer (3.p; 3.3.B)	Deul and Wol- stencroft, 1987	1,1	-34	-13
Polloch-Modelle				
Extremer Fächer (IR) (3.o; 3.3.A)	Good et al., 1986	1,1	-54	-16
Polloch Fächer (3.q; 3.3.C)	Murdock and Price, 1985; Price, 1986	1	-49	-13

Z_{kalk} : berechnete Helligkeit, Z_{obs} : beobachtete Helligkeit (Levasseur-Regourd and Dumont 1980). Beide Größen in der 4. und 5. Spalte sind signifikant für die auch außerhalb des ekliptikalen Meridians erreichten Anpassungsgenauigkeiten bei den ausgewählten Elongationen.

4. VERTEILUNGEN DER TEILCHENKONZENTRATION AUFGRUND DER MESSUNGEN VON MIKROMETEORITENEINSCHLAGSDETEKTOREN

Einen anderen Zugang zur Anzahldichte des interplanetaren Staubes neben den optischen Beobachtungen liefert die in-situ-Analyse des zodiakalen Staubes durch Mikrometeoriten-Detekto- ren. Die hier folgende Darstellung über Meßprinzip und Resultate wird in späteren Kapiteln (vgl.10.) ergänzt, nachdem die Dynamik der zodiakalen Staubwolke entwickelt worden ist.

4.1. Die Detektion interplanetarer Partikeln durch Mikrometeo- riteneinschlagsdetektoren

Im einfachsten Fall besteht ein Mikrometeoritendetektor aus einer Auffangfläche ΔA , auf der die Partikeln einschlagen können. Dort werden die Partikeln gemäß unterschiedlicher Meßvorrichtungen gezählt. Solche Meßvorrichtungen stellt man z.B. her, indem man die gesamte Auffangfläche mit kleinen Zellen belegt ("beer-cans"), die nach außen durch eine feine Folie abgeschlossen sind. Man mißt dann das Zerschlagen der Folie durch die einfallenden Meteoriten. Solche Detektoren wurden z.B. auf den Raumsonden PIONEER 10 und PIONEER 11 geflogen (Humes et al., 1974; Humes, 1980). Auch jede Oberfläche im interplanetaren Raum, wie z.B. Mondgestein (Fechtig et al., 1974) oder die Fenster des APOLLO-Satelliten (Zook et al., 1970), stellt einen solchen Detektor dar.

Einen wesentlichen Fortschritt demgegenüber weisen Detektoren auf, die auch die Masse und Geschwindigkeit der Partikeln gegenüber der Raumsonde messen können. Solche Detektoren sind z.B. die Plasmadetektoren mit einem angeschlossenen Flugzeitspektrometer. Ein Experiment dieser Art ist z.B. auf den Raumsonden HELIOS 1 und 2 geflogen worden (Grün et al., 1980). Ein ähnliches Experiment wird auch auf der Raumsonde ULYSSES (ehemals International Solar Polar Mission) eingesetzt. Dort treffen die Partikeln auf einer festen Platte auf, werden verdampft, so daß sich anhand der Eigenschaften des entstandenen Plasmas auf die Masse und die Geschwindigkeit schließen läßt (Grün et al., 1983).

Es ist nun üblich, aus den Meßgrößen N_D Teilchenanzahl, ΔA Detektorfläche und Meßdauer Δt eine sogenannte Flußdichte $j = N_D/(\Delta A \Delta t)$ abzuleiten.

Diese Flußdichte wird in der englischen Literatur immer mit "flux" bezeichnet. Diese ist bei den simpelsten Experimenten kumulativ bezüglich der Massenverteilung. Bei den ausgefeilteren Experimenten läßt sich auch eine Differenzierung bezüglich der Massen anstellen. Lautet die Bezeichnung des im Experiment auflösbaren Massenintervalls Δm , so bildet man die differentielle Flußdichte: $j/\Delta m = N_D/(\Delta m \Delta A \Delta t)$.

Die Bildung einer solchen Flußdichte ist problematisch, da sie eine konstante Auffangfläche ΔA unterstellt ohne Unterschied der Einfallsrichtung der Partikeln. Demnach wird die Flußdichte schräg einfallender Partikeln gegenüber der von senkrecht auftreffenden Teilchen systematisch unterschätzt. Allzu drastischen Verzerrungen wirkt man entgegen, indem man eine Verengung des Gesichtsfeldes anbringt, welches eine gewisse Richtungscharakteristik schafft

Für den Zusammenhang zwischen Flußdichte j , die aus den Einschlags-experimenten kommt, und Teilchenkonzentration n , die Resultat der Fernerkundung ist, findet man in der ekliptikalen Ebene (vgl. Grün et al., 1985)

$$n(r) = j(r) \cdot k_G / \langle v(r) \rangle. \quad (4.1.A)$$

Darin charakterisieren k_G die Geometrie zwischen Teilchenfluß und Detektor und $\langle v(r) \rangle$ die Relativgeschwindigkeit zwischen dem Detektor und den Partikeln im Volumenelement ΔV .

4.2. Flußdichten und Anzahlichten des zodiakalen Staubes

Während die von den erdnahen Sonden gemessenen Flußdichten besonders für die Bestimmung des Massenspektrums und der absoluten Teilchenanzahldichte n_0 des interplanetaren Staubes in Erdbahntfernung $R_0 = 1AE$ wichtig gewesen sind, haben die "deep space probes" wie die Sonden PIONEER 10 und 11 sowie HELIOS auch die globale Variation der Teilchenflußdichten im interplanetaren Raum erkundet (vgl. McDonnell, 1978).

4.2.1. Die Massenverteilung und Anzahldichte der zodiakalen Partikeln

Die Analyse der differentiellen Teilchenflußdichten ergibt (Giese and Grün, 1976; Grün et al., 1985), daß der zodiakale Staub aus einem Massenintervall von 10^{-8} g bis 10^{-5} g, was bei einer Dichte von $d = .3\text{g/cm}^3$ einem Radienintervall von $\sim 10\text{ }\mu\text{m}$ bis $\sim 100\text{ }\mu\text{m}$ entspricht, entstammt. Damit läßt sich gemäß (4.1.A) von der kumulativen Flußdichte ($m \gtrsim 10^{-8}$ g) auf die Anzahldichte n_0 der zodiakalen Partikeln schließen.

Kumulative Flußdichte

Für die kumulative Flußdichte der zodiakalen Partikeln finden Grün et al. (Grün et al., 1985) aus einer Analyse der Mikrometeoriteneinschlagsexperimente des HEOS-2 Detektors und von Mondkratereinschlägen einen Wert von $1,1 \sim 1,2 \cdot 10^{-6} \text{ 1/m}^2\text{s}$. Dieser Fluß stimmt genau mit einer Analyse von Zook et al. (Zook et al., 1970) überein. Den geringeren Wert von $3,4 \cdot 10^{-7} \text{ 1/m}^2\text{s}$, den Fechtig et al. (Fechtig et al., 1974) finden, weisen Grün et al. (Grün et al., 1985) zurück, da die Expositionszeiten für das vorliegende Mondgestein als zu lang bestimmt waren. Der Teilchenfluß nach McDonnell auf der Basis von satellitengestützten Einschlagsdetektoren ist für zodiakale Partikeln um nur einen Faktor von 0,6 kleiner als die drei ersten Flußdichten (McDonnell, 1978).

Sehr stark weicht hingegen die Flußdichte nach Le Sergeant d'Hendecourt und Lamy (Le Sergeant d'Hendecourt and Lamy, 1980) mit $\sim 3,8 \cdot 10^{-7}$ von der Flußdichte nach HEOS-2 ab. Die spektrale Flußdichte nach Le Sergeant und Lamy weist einen großen Anteil submikrongroßer Partikeln auf. Dieser aber würde nach Saxarra (Saxarra, 1987) eine Blautönung des zodiakalen Spektrums, die nicht beobachtet wird, verlangen. Diese Tatsache zieht nicht unbedingt die absolute Zahl großer Partikeln dieser Verteilung in Zweifel. Jedoch verlangt dieser Widerspruch zu den Beobachtungen, Methoden und Parameter des von Le Sergeant d'Hendecourt und Lamy verwandten Verfahrens erneut zu überprüfen, um die Verteilung der Flußdichte für größere Partikeln abzusichern.

Da die ersten drei Verteilungen unabhängig voneinander fast denselben Wert für die Flußdichten reproduzieren, erscheint dieser am zuverlässigsten. Exakt wird der Wert $1,2 \cdot 10^{-6} \text{ 1/m}^2\text{s}$ gewählt, der die jüngsten Ergebnisse aus Satellitenexperimenten verwendet. Gegenüber der Mondkraterstatistik,

die Annahmen von der Fokussierung der Partikeln im Gravitationsfeld des Mondes über den Charakter der Krater bis hin zu den Expositionszeiten des Gesteins machen muß, lassen sich die Flußdichten aus den Messungen mit interplanetaren Raumsonden unmittelbar ableiten.

Anzahldichte n_0

Folgt man Grün et al. (Grün et al., 1985), für den Fluß auf den Satelliten eine isotrope Verteilung anzunehmen, dann gibt die genannte Flußdichte lediglich einen vierten Teil, der auf den Ort der Messung einströmenden Partikeln an, so daß zur Berechnung der Dichte ein Faktor $k_G = 4$ zu berücksichtigen ist.

Grün et al. (Grün et al., 1985) finden eine mittlere Relativgeschwindigkeit von $\langle v \rangle = 20$ km/s. Sie verweisen hier auf zahlreiche Beobachtungen; z.B. mit Mikrometeoriteneinschlagsdetektoren auf HEOS-2 (Hoffmann et al., 1975). Zusammen mit einem Geometriefaktor $k_G = 4$, einer Relativgeschwindigkeit $\langle v \rangle = 20$ km/s und $j (m > 10^{-8} g) = 1,2 \cdot 10^{-6} \text{ 1/m}^2 \text{ s}$ (Grün et al., 1985) wird

$$n_0 = 2,4 \cdot 10^{-10} \text{ 1/m}^3.$$

Diese Größe soll Überlegungen, die aus optischen Beobachtungen abgeleitet sind, gegenübergestellt werden.

Mit $Z(\epsilon = 180^\circ, i_{LOS}, R_0) = 180 S_{10}$ (Levasseur-Regourd and Dumont, 1980), sowie $1 S_{10} \approx 6,67 \cdot 10^{-12} F_0/\text{sr}$ und $R_0 \approx 1,5 \cdot 10^{11} \text{ m}$, wird n_0 gemäß (2.2.6):

$$n_0 = 8 \cdot 10^{-21} \text{ 1/msr } (1+v^*) / \langle S(180^\circ) \rangle.$$

Setzt man weiter für $v^* = 1,3$, für den Teilchenradius $s \approx 30 \mu$ sowie für die geometrische Albedo sogenannter "fluffy"-Teilchen (Brownlee, 1978, Hanner et al., 1981) $A(\theta = 180^\circ) = 0,1$, welches recht dunkle Teilchen unterstellt, dann erhält man schließlich unter Verwendung von (2.2.6) für die Teilchenanzahldichte bei $R_0 = 1 \text{ AE}$ den Wert $n_0 \approx 2 \cdot 10^{-10} \text{ 1/m}^3$. Dieser unterscheidet sich kaum von dem durch die Staubflußdichtemessungen bestimmten Wert. Eine größere Albedo $A(\theta = 180^\circ) = 0,2$, die auch

angenommen wird (Hanner et al., 1981), führt zu einer kleineren Anzahlldichte $n_0 \approx 10^{-10} \text{ m}^{-3}$.

4.2.2. Radiale Teilchenkonzentrationen aus Teilchenflußdichten

Die Abhängigkeit der Partikelflußdichte von der solaren Distanz läßt sich nur mit großen Unsicherheiten angeben, so daß sich der Exponent eines Potenzgesetzes für die Teilchenflußdichte $j(r) = j(R_0)(r/R_0)^{-\gamma}$ nur mit großer Unsicherheit angeben läßt (vgl. Fechtig et al., 1981). Diese wird einsichtig, wenn man bedenkt, daß die Anzahl der Einschläge auf die Teilchendetektoren sehr gering ist. So registriert der Sensor von HELIOS 1 von Anfang 1975 bis Ende 1979 ca. 230 Einschläge (Grün, 1981).

Aus diesen Teilchenflußdichten lassen sich gemäß (4.1.A) Teilchenzahldichten $n(r)$ bilden. Grün (Grün, 1981) findet aus einer Analyse der Relativgeschwindigkeiten $\langle v(r) \rangle$ des Staubeinschlagsdetektors auf HELIOS 1, daß diese $\sim r^{-0,5}$ sind. Diese wird auch für das äußere Sonnensystem unterstellt. Dann sind die Teilchenkonzentrationen

$$n(r) \sim r^{-\nu} = r^{-\gamma+0,5} \quad (4.2.2.A)$$

Danach läßt sich der von Leinert et al. (2.4.2.) gefundene Verlauf der Teilchenkonzentration mit $\nu=1,3$ mit den Messungen des Mikrometeoriten-experimentes im inneren und äußeren Sonnensystem gut vereinbaren. Ein Teilchenabfall mit $\nu \leq 1,2$, wie ihn fast alle Infrarot-Modelle vorschlagen, ist im Inneren nicht möglich. Diese Logik ist aber leider nicht so zwingend, da der Detektor auf HELIOS lediglich Einschläge im untersten zodiakalen Massenspektrum registriert hat (Grün, 1981). Besonderes Aufsehen aber hat die Änderung der Teilchenflußdichte jenseits von 1 AE erregt, die eine fast konstante Dichte im äußeren Sonnensystem verlangt. Humes (Humes, 1980) nimmt sogar eine konstante Teilchendichte im äußeren Sonnensystem an. Die Teilchen dieser Population sollen sich überdies auf hochexzentrischen Bahnen ($e=0,99$), die isotrop über den Himmel verteilt sind, bewegen. Eine solche Wolke steht aber völlig im Gegensatz zu den Messungen des Photometers auf PIONEER 10, nach denen die Teilchendichten $\sim r^{-1,5}$ abfallen und für $r \geq 3,3$ AE praktisch verschwindend sein sollen (Hanner et al., 1976).

Es sind verschiedene Versuche unternommen worden, diese Diskrepanz zwischen den beiden genannten Beobachtungen zu klären. Prinzip aller dieser Bemühungen ist es, diese von den PIONEER-Einschlagsdetektoren beobachteten Partikeln als existent zu unterstellen, um dann die Streustrahlung dieser Partikeln zum Verschwinden zu bringen. Stanley et al. (Stanley et al., 1979) lassen den Radius der Partikeln mit wachsender Distanz zur Sonne sinken, so daß der geometrische Querschnitt und dann der Streuquerschnitt der Partikeln so klein wird, daß ihre Streueffektivität verschwindend wird. Dagegen wendet Fechtig (Fechtig, 1984) ein, daß es für eine solche Variation der Radien weder Beobachtungen noch physikalische Argumente gibt. Hingegen muß eher ein Anstieg der Anzahl kleiner Partikeln nahe der Sonne ($r \leq 0,16$ AE (Grün and Zook, 1979)) aufgrund der wachsenden Frequenz der Partikelkollisionen angenommen werden. Cook (Cook, 1978) hingegen bewerkstelligt das Verschwinden der Partikeln, indem er die Albedo der zodiakalen Wolke mit steigender Entfernung zur Sonne sinken läßt. (Die Teilchen sind so dunkel, daß man sie eben nicht mehr sieht.) Dazu benötigt er aber eine derart kleine Albedo $A(\theta=180^\circ) \approx 2,3 \cdot 10^{-4}$, wie sie bisher für extraterrestrisches Material nicht nachgewiesen werden konnte (Giese et al., 1986, Hanner, 1980).

Aufgrund der hier vorgestellten Widersprüche wird der Fall einer Wolke konstanter Dichte in den folgenden Modellierungen und Analysen nicht berücksichtigt, sondern nur die in 3. ausgewählten Modelle der zodiakalen Wolke.

Zusammenfassung

Während die vorliegenden Experimente mit Mikrometeoritendetektoren die globale Verteilung nur der kleineren interplanetaren Staubpartikeln als der zodiakalen bestimmen, geben diese aber Auskunft über das gesamte Massenspektrum der interplanetaren Staubpartikeln in Erdbahntfernung R_0 zur Sonne. Es wird gezeigt, daß unter den konkurrierenden Massenspektren das nach Grün et al. (Grün et al., 1985) die höchste Zuverlässigkeit besitzt, so daß wir die absolute Anzahldichte der zodiakalen Partikeln im Massenspektrum $10^{-8} \text{ g} \leq m \leq 10^{-5} \text{ g}$ ($10 \mu\text{m}$ Radius $s \leq 100 \mu\text{m}$) in Erdbahntfernung R_0 zur Sonne zu $n_0 \approx 2 \cdot 10^{-10} \text{ m}^{-3}$ bestimmt haben. Entsprechend der Volumenstreufunction für zodiakalen Staub verlangt dies eine geringe geometrische Albedo von $A(\theta = 180^\circ) \approx 0,1$, wie sie für das charakteristische interplanetare Staubteilchen, das "fluffy"-Teilchen, gefunden wird.

5. PRINZIPIEN DER DYNAMIK DES ZODIAKALEN STAUBES

Um weitere Kriterien über die Gültigkeit der vorgestellten Anzahldichte-
verteilung zu erhalten, und um den Anschluß zu den Mikrometeoriten-
einschlagsexperimenten herzustellen, wird der allgemeine Zusammenhang
zwischen den Anzahldichteverteilungen und den die Dynamik der Partikeln
charakterisierenden Bahnelementeverteilungen hergestellt.

5.1. Bewegung des zodiakalen Staubes

Bahnelemente

Auf interplanetare Staubpartikeln wirkt wesentlich die effektive Gravi-
tationskraft, d.i. die Gravitationskraft $\vec{F}_G$ der Sonne, reduziert um ihre
Strahlungsdruckkraft $\vec{F}_{RP}$. Da beide Kräfte mit dem Quadrat ihres
Sonnenabstandes abnehmen, führt man das Verhältnis ihrer Beträge $B =$
 F_{RP}/F_G ein, so daß

$$B = C_B Q_{RP}/(ds) \quad (5.1.A)$$

ist. Q_{RP} ist der Wirkungsfaktor für die Übertragung des Photonenimpulses
auf das Staubteilchen, das eine kugelförmige Gestalt vom Radius s und der
Dichte d besitzt (vgl. Dohnanyi, 1978; Burns et al., 1979). Q_{RP} ist hier
wellenlängenunabhängig, so daß sich die Proportionalitätskonstante C_B
allein aus einer Integration über das solare Spektrum ergibt (Harwit,
1963; Möhlmann et al., 1986). Für die zodiakalen Partikeln ist das
Verhältnis B in den meisten Anwendungen vernachlässigbar klein ($B < 0,01$,
Schwehm and Rohde, 1977). Allgemein lautet die Bewegungsgleichung unter
Verwendung des Verhältnisses B für eine Staubpartikel m :

$$m\ddot{\vec{r}} = \vec{F}_G (1-B) \quad (5.1.B)$$

Die diese Gleichung lösenden Bahnen besitzen bekanntermaßen die Gestalt
von Kegelschnitten. Überwiegt der Betrag der potentiellen Energie $U/m =$
 $\mu(1-B)/r$ ($\mu =$ Gravitationskonstante $\times$ Sonnenmasse) den der kinetischen
 $T/m = v^2/2$ (v , heliozentrische Geschwindigkeit der Partikeln), dann führen
die Teilchen elliptische Bahnen aus. Die Gestalt und Lage der
Ellipsen lassen sich vollständig durch sechs Bahnelemente: Große

Halbachsen a , Exzentrizität e , Inklination i , die Länge des aufsteigenden Knotens, das Argument des Perizentrums und das Datum des Perizentrumsdurchgangs (vgl. Schneider, 1979) beschreiben.

Bahnstörungen

Die Bahnen der zodiakalen Partikeln werden durch eine Reihe von Kräften gestört. Die größte Störung (Fechtig et al., 1981) verursacht der

Poynting-Robertson-Effekt

Der Poynting-Robertson-Effekt (Burns et al., 1979; Wyatt and Whipple, 1949), der einmal auf einer Aberration der solaren Strahlung im Ruhesystem der Partikel und zum anderen auf einer Dopplerverschiebung der von der Partikel emittierten Strahlung gegenüber dem Ruhesystem der Sonne beruht, führt zu einer Bremsung der Partikel. Daher verliert die Bahn der Partikel stetig an Großer Halbachse und Exzentrizität, und sie spiralt ins Innere des Sonnensystems. Typischerweise braucht eine zodiakale Partikel ($s \approx 10 \mu\text{m}$) ca. 10^5 y , um von einer Bahn moderater Exzentrizität ($e = 0,5$) und einer Großen Halbachse $a = 1 \text{ AE}$ ins Innere des Sonnensystems zu spiralen, was einer sehr kleinen Driftgeschwindigkeit von $\sim 10^{-3} \text{ km/s}$ entspricht (vgl. Fechtig et al., 1981).

Korpuskelsstrahlung

Da die korpuskulare Strahlung der Sonne eine ähnliche Wirkung auf die Dynamik der Partikeln wie die Photonen besitzt, muß man mit einer zusätzlichen Bremskraft, die $\sim 26\%$ des Poynting-Robertson-Effektes ausmacht (Misconi, 1976) rechnen.

Lorentzstreuung

Während die genannten Störkräfte die Bahnebene invariant lassen, weisen verschiedene Autoren (Parker, 1964; Morfill and Grün, 1979; Consolmagno, 1979, 1980; Barge et al., 1982; Mukai and Giese, 1984) den inklinationsverändernden Effekt der Lorentzstreuung von interplanetaren Staubteilchen am eingefrorenen Magnetfeld des solaren Windes nach. Aufgrund der Sektorstruktur des interplanetaren Magnetfeldes wechselnder Polarität ist die Dispersion der Inklination stochastischer Natur und wird durch die Wurzel des mittleren Quadrates der Inklinationsveränderungen $\sqrt{\langle \Delta i^2 \rangle}$ beschrieben. Die angegebene Dispersion reicht dabei von 4° bis herab auf nur $0,07^\circ$ innerhalb von 10y für die besonders gestörten Bahnen der

kleineren Partikeln von $s \approx 1\mu\text{m}$ (vgl. Leinert, 1985). Consolmagno (Consolmagno, 1979, 1980) zeigt, daß die Inklinationsveränderung infolge der Lorentzstreuung sehr empfindlich mit der mittleren Inklination der Partikeln abnimmt. Unter Berücksichtigung dieser Abhängigkeit führen Mukai und Giese (Mukai and Giese, 1984) einen Skalenfaktor τ_L ein, der die typische Zeitdauer der Inklinationsdispersion beschreibt, um diesem den Skalenfaktor τ_{PR} , der die zeitliche Größenordnung für die Abnahme der Großen Halbachse der Partikeln angibt, gegenüberzustellen. Dann ergibt sich eine einfache Beziehung für die Inklinationsdispersion

$$\sqrt{\langle \Delta i^2 \rangle} = \sqrt{\tau_{PR} / \tau_L} \quad \langle i \rangle \quad (5.1.C)$$

Unter 8., wo die mittleren Inklinationen $\langle i \rangle$ der zodiakalen Partikeln entwickelt werden, läßt sich auch die Größenordnung für die Inklinationsveränderungen ermitteln.

Die störenden Kräfte sind durchaus zu berücksichtigen, wenn man die Genese der gesamten interplanetaren Staubwolke nachzeichnen will, obwohl dann wesentliche weitere Effekte, wie die **Kollisionen unter den interplanetaren Objekten** (Staubteilchen, Planetoiden) oder **die Häufigkeit und Staubemissionsrate von Kometen** (vgl. Grün et al., 1985), unbedingt einzubeziehen sind.

Da im Rahmen dieser Arbeit der gegenwärtige dynamische Zustand der zodiakalen Wolke beschrieben werden soll, der im übrigen, wie der Fall der Lorentzstreuung zeigt, überhaupt Voraussetzung von Betrachtungen über störende Kräfte ist, werden hier die Verteilungen der genannten Bahnelemente gesucht.

5.2. Symmetrie der zodiakalen Staubwolke und statistische Verteilung der Bahnelemente

Schon die Rotationssymmetrie der zodiakalen Staubwolke verweist darauf, daß die Bahnen der Teilchen in bestimmter Weise gleichmäßig über den Himmel verteilt sein müssen. Daß die Rotationssymmetrie der Wolke gerade Resultat einer gleichmäßigen Verteilung der Bahnelemente Knoten und Länge des Perizentrums ist, soll nun gezeigt werden (vgl. Haug, 1958).

Die Abbildung 5.2.a. zeigt Bahnen mit einer Großen Halbachse a und der Exzentrizität e in ihrer Bahnebene von der Inklination i , die eine Länge des Knotens Ω_{KN} besitzt. Die Perihellängen sind gleichmäßig verteilt, so daß die Bahnen eine doppelt belegte Kreisscheibe vom Radius des Aphels $q' = a(1+e)$ mit einem konzentrischen kreisrunden Loch vom Radius des Perihels $q = a(1-e)$ bilden.

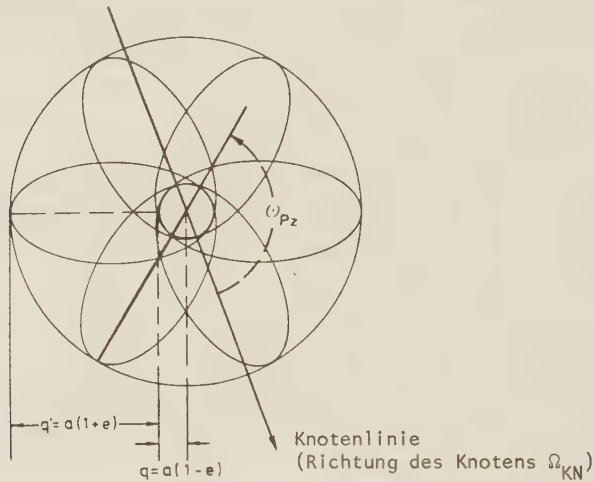


Abb. 5.2.a.:

Bei gleichmäßiger Verteilung der Perizentrumsängen ω_{PZ} von Bahnen sonst gleicher Bahnelemente belegen die Partikeln auf diesen Bahnen eine Fläche, deren Gestalt eine gelochte Kreisscheibe ist. Der Innenradius dieser Kreisscheibe beträgt $q = a(1-e)$ und der Außenradius $q' = a(1+e)$.

Wenn nun die Knotenlängen ebenfalls über die ekliptikale Länge gleichmäßig verteilt sind, dann entspricht dies einer Rotation der mit der Inklination i gegen die Äquatorebene geneigten Kreisscheibe um die Polachse (vgl. Abb. 5.2.b.). Der so erzeugte Rotationskörper entspricht einer Hohlkugel vom Außenradius $a(1+e)$ und vom Innenradius $a(1-e)$. Entlang der Polachse ist ein Doppelkegel mit den Spitzen in der Sonne ausgespart. Der halbe Öffnungswinkel dieses Kegels beträgt $90^\circ - i$ (vgl. Abb. 5.2.c.).

Die zodiakale Staubwolke läßt sich demnach als Superposition solcher Rotationskörper, deren Gestalt die Bahnelemente a , e und i bestimmen, verstehen. Eine solche Wolke trägt die geforderte Rotationssymmetrie infolge der gleichmäßigen Verteilung der Perihellänge und der Knotenlänge.

Dabei erzeugen prograde und retrograde Bahnen der Inklination i bzw. $180^\circ-i$ denselben Rotationskörper, so daß von dieser Seite her keine Unterscheidung zwischen den beiden Typen getroffen werden kann.

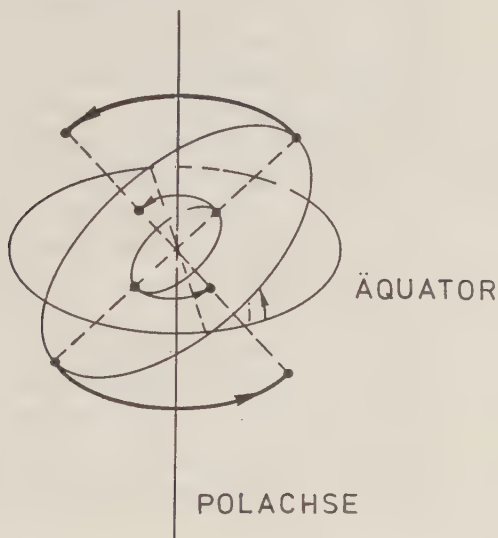


Abb. 5.2.b.:

Sind die Knotenlängen Ω_{KN} ebenfalls gleichmäßig verteilt, dann belegen die Partikeln einen Raum, der durch die Rotation der genannten Kreisscheiben um die Polachse erzeugt wird.

Diese gleichmäßige Verteilung der beiden Bahnelemente bestätigt schon Öpik (Öpik, 1951). Danach stört das gravitative Potential der Planeten die Bahnen von ins Innere des Sonnensystems spirалenden Partikeln so, daß die Knotenlängen und Perihellängen rotieren und diese so eine gleichmäßige Verteilung erreichen. Diese Sicht ist z.B. auch in jüngster Zeit in Frage gestellt worden. Gustafson fordert eine Asymmetrie der Verteilung im System Erde und Venus (Gustafson, 1985). Diese liegt aber unterhalb der existenten Nachweisgrenze und konnte bislang durch Beobachtungen nicht nachgewiesen werden.

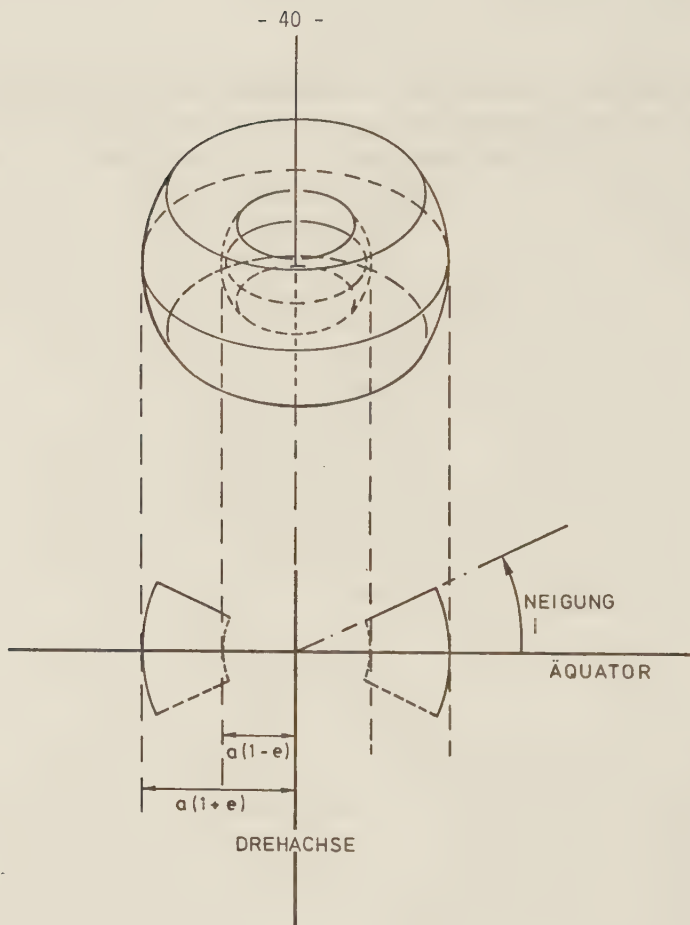


Abb. 5.2.c.:

Der durch Partikeln auf Bahnen mit den Elementen Große Halbachse a , Exzentrizität e und Inklination i bei statistischer Verteilung von Knotenlänge Ω_{KN} und Perihellänge ω_{PZ} erzeugte Rotationskörper entspricht einer Hohlkugel mit dem Innenradius $a(1-e)$ und dem Außenradius $a(1+e)$. Entlang der Pol- oder Drehachse ist der Raum eines Doppelkegels vom halben Öffnungswinkel $(90^\circ - i)$ mit den Spitzen in der Sonne ausgespart. Es wird die räumliche Darstellung als auch der meridionale Schnitt des Rotationskörpers gezeigt.

5.3. Die Anzahldichte der Partikeln aus einer Bahnelementeklasse a, e, i am Ort (r, β_0)

Die Fragestellung lautet nun, welche Anzahldichte $n(r, \beta_0)$ am Ort (r, β_0) erzeugen die Partikeln, die Mitglieder eines Teilchenstroms mit den

gemeinsamen Bahnelementen Große Halbachse a , Exzentrizität e und der Inklination i unter der Randbedingung einer statistischen Verteilung von Knoten- und Perizentrumslänge sind.

Eine Ableitung dieses Zusammenhanges geben verschiedene Autoren Haug (Haug, 1958), Bandermann (Bandermann, 1968) und Kessler (Kessler, 1981). Im folgenden soll dieser Zusammenhang neu entwickelt werden, da die Darstellung nach Haug zwar um eine physikalische Deutung bemüht ist, jedoch aufgrund der von ihm gewählten Koordinaten diese hinter den mathematischen Schwierigkeiten wieder in den Hintergrund tritt, die Entwicklung nach Bandermann formal richtig ist bis auf eine Faktor von $1/2$, aber eigentlich kaum die Voraussetzungen klärt. Die Analyse von Kessler, die sich als heuristische versteht, versucht bei einer günstigen Wahl der Koordinaten eine verständliche Ableitung zu präsentieren. Diese ist aber gerade da, wo es um den Zusammenhang zwischen ekliptikaler Breite β_0 und Inklination geht, kaum mehr nachzuvollziehen.

5.3.1. Das Integral der Bahnelemente

Um die Frage danach, wie groß die Dichte $n(a,e,i,r,\beta_0)$ ist, die ein Teilchenstrom der Bahnelementeklasse (a,e,i) am Ort (r, β_0) erzeugt, zu klären, muß die Aufgabenstellung präzisiert werden.

Zunächst müssen wir unseren Ort r, β_0 in ein geeignetes Volumenelement ΔV legen. Aufgrund der azimuthalen Symmetrie der Wolke besteht dieses Volumenelement aus den Längenelementen $r, r \Delta \beta_0$ und $2\pi r \cos \beta_0$, so daß

$$\Delta V = 2\pi r^2 \cos \beta_0 \Delta r \Delta \beta_0 \quad (5.3.1.A)$$

ist.

Ein Teilchen (a,e,i) verbringt nur einen Bruchteil Δt seiner Periode T , welche nach dem 3.Keplerschen Gesetz $T = 2\pi/(\mu^{1/2}) a^{3/2}$ ist, in diesem Volumenelement ΔV . Diese Zeit Δt wird alleine durch die Weglänge Δl und die Geschwindigkeit des Teilchens v in diesem Volumenelement bestimmt, so daß die Dichte $n \sim \Delta t/T$ ist.

Während dieses Volumenelement Bahnen eines beliebigen Knotens erreicht, da sich das Volumenelement kreisförmig über der Äquatorebene erstreckt, ist der Bereich für die Argumente des Perihels beschränkt.

Ihr Bruchteil vom halben Intervall π beträgt, da die Bahn das Volumenelement zweimal schneidet, $\Delta\omega_{PZ}/\pi$, so daß die Dichte $n \sim \Delta\omega_{PZ}/\pi$ ist.

Schreibt man die gesamte Dichte auf, dann erhält man

$$n(r, \beta_0) \sim \frac{1}{2\pi^3 r^2 \cos\beta_0} \frac{\Delta\omega_{PZ}}{\Delta\beta_0} \frac{\Delta t}{\Delta r} \frac{1}{T} \quad (5.3.1.B)$$

Damit ist die Anzahldichte abhängig von dem Intervall der Perihellängen im Breitenabschnitt $\Delta\beta_0$ und der Geschwindigkeit $v_r = \Delta r / \Delta t$, die das Teilchen zum Überwinden der Kreisscheibendicke Δr braucht.

Da $\sin\beta_0 = \sin i \sin(\omega_{PZ} + \phi_{PZ})$ (ϕ_{PZ} ist die wahre Anomalie) ist, findet man für $|d\omega_{PZ}/d\beta_0|$

$$\left| \frac{d\omega_{PZ}}{d\beta_0} \right| = \left| \frac{\partial\omega_{PZ}}{\partial\sin\beta_0} \right| \cos\beta_0 = \frac{1}{(\sin^2 i - \sin^2\beta_0)^{1/2}} \cos\beta_0 \quad (5.3.1.C)$$

Weil die Geschwindigkeit v am Ort r $v = \mu^{1/2} (2/r - 1/a)^{1/2}$ ist, und der Sinus des Winkels γ , der das Abweichen der Geschwindigkeit von der Richtung der Transversalen mißt, aus Drehimpulserhaltungsgründen: $\sin\gamma = (1 - (a^2(1-e^2)/(r(2a-r)))^{1/2}$ beträgt, wird die radiale Geschwindigkeitskomponente schließlich (vgl. Abb. 5.3.1.a.)

$$\begin{aligned} v_r &= \mu^{1/2} \left(\frac{2}{r} - \frac{1}{a} \right)^{1/2} \left(1 - \frac{a^2(1-e^2)}{r(2a-r)} \right)^{1/2} \\ &= \mu^{1/2} \frac{1}{a^{1/2}} (2a/r - 1 - (a/r)^2(1-e^2))^{1/2} \end{aligned} \quad (5.3.1.D)$$

Der gesamte Term $1/(v_r T)$ lautet also:

$$\frac{1}{v_r T} = \frac{1}{2 \pi a} \frac{1}{(2a/r - 1 - (a/r)^2 (1-e^2))^{1/2}} \quad (5.3.1.E)$$

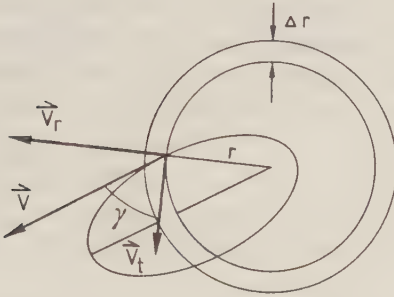


Abb. 5.3.1.a.:

Ein Teilchen überwindet eine Kreisscheibe von der Dicke Δr mit seiner radialen Geschwindigkeitskomponente $\vec{v}_r$. Der Winkel zwischen transversaler Komponente $\vec{v}_t$ und der Richtung der Geschwindigkeit $\vec{v}$ lautet γ . Dann ist der Winkel zwischen der radialen Komponente und ihrer Geschwindigkeit $(90^\circ - \gamma)$.

Schließlich wird damit der gesamte Geschwindigkeitsfaktor, der beschreibt, wie ein Teilchenstrom der Bahnelemente a, e, i die Dichte im benannten Volumelement bildet:

$$\frac{1}{2\pi^3 r^2 a (2a/r - 1 - (a/r)^2 (1-e^2))^{1/2} (\cos^2 \beta_0 - \cos^2 i)^{1/2}} \quad (5.3.1.F)$$

Auch hier muß bemerkt werden, daß Teilchenströme, die sich nur in ihrem Umlaufsinn unterscheiden, den gleichen Wirkungsfaktor besitzen.

Mit dem Perizentrumsabstand $q = a(1-e)$ und dem Apozentrumsabstand $q' = a(1+e)$ wird der Geschwindigkeitsfaktor auch

$$\frac{1}{2\pi^3 r a ((r-q) (q'-r))^{1/2} (\cos^2 \beta_0 - \cos^2 i)^{1/2}} \quad (5.3.1.G)$$

In dieser Form wird deutlich, daß das Gewicht drei im allgemeinen schwache Singularitäten (vgl. Courant, 1971), nämlich für die Variable q bzw. q' an der Stelle r und für i an der Stelle β_0 enthält. Das Gewicht wächst in der Umgebung der Singularitäten sehr stark.

Ein Breitenband $\Delta\beta_\theta$ schneidet dann ein Intervall von Perihellängen $\Delta\omega_{PZ}$ aus dem Großkreis der Perihellängen heraus. Da dieser Großkreis das Breitenband $\Delta\beta_\theta$ unter einem Winkel von α schneidet, findet man für $\Delta\omega_{PZ}$ gemäß der Neperschen Regel (vgl. Abb. 5.3.1.c.)

$$\frac{\sin\Delta\omega_{PZ}}{\sin\beta_\theta} \approx \frac{\Delta\omega_{PZ}}{\beta_\theta} = \frac{1}{\sin\alpha} \quad (5.3.1.H)$$

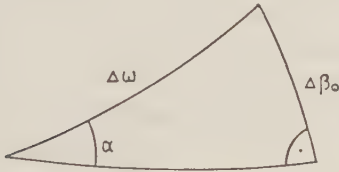


Abb. 5.3.1.c.:

Das Maß von $\Delta\omega_{PZ}$ bestimmt sich aus dem Breitenintervall $\Delta\beta_\theta$ und dem Winkel α , die im dargestellten rechtwinkligen sphärischen Dreieck liegen.

Wieder mit der Neperschen Regel läßt sich der Winkel α bzw. $\sin\alpha$ bestimmen (vgl. Abb. 5.3.1.d.).

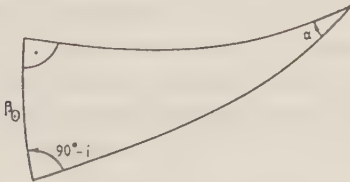


Abb. 5.3.1.d.:

Der Winkel α seinerseits bestimmt sich aus der Breite β_θ und dem Winkel $90^\circ - i$. Alle Winkel liegen im rechtwinkligen sphärischen Dreieck.

Mit $\cos\alpha = \cos i / (\cos\beta_\theta)$ ist $\sin\alpha = 1 / (\cos\beta_\theta) (\cos^2\beta_\theta - \cos^2 i)^{1/2}$. Schließlich erhalten wir den schon bekannten Gewichtungsfaktor

$$\frac{\Delta\omega_{PZ}}{\Delta\beta_\theta} = \frac{1}{\sin\alpha} = \frac{\cos\beta_\theta}{(\cos^2\beta_\theta - \cos^2 i)^{1/2}} \quad (5.3.1.J)$$

Jetzt läßt sich erkennen: Je näher die Inklination i der Breite β_θ kommt, desto kleiner ist der Schnittwinkel α des Perihellängenkreises bezüglich

des Breitenkreises $\Delta\beta_0$ und desto größer ist das Intervall $\Delta\omega_{pZ}$, das im Breitenband $\Delta\beta_0$ liegt.

Die Anzahl der Partikeln in der Bahnelementeklasse a, e, i wird durch eine Verteilungsdichtefunktion $N(a, e, i)$ beschrieben, so daß die Anzahl der Partikeln in den Intervallen da, de und di $N(a, e, i) da de di$ wird. Endlich kann man für die Dichte schreiben:

$$n(a, e, i; r, \beta_0) = \frac{N(a, e, i) da de di}{2\pi^3 r^2 a (2a/r - 1 - (a/r)^2 (1 - e^2))^{1/2} (\cos^2 \beta_0 - \cos^2 i)^{1/2}} \quad (5.3.1.K)$$

Entsprechend lautet die Dichte $n(r, \beta_0)$, die alle Teilchen am Ort (r, β_0) erzeugen:

$$n(r, \beta_0) = \frac{1}{2\pi^3 r^2} \int_{\beta_0}^{\pi/2} \int_0^1 \int_{r/(1+e)}^{r/(1-e)} \frac{N(a, e, i) da de di}{a (2a/r - 1 - (a/r)^2 (1 - e^2))^{1/2} (\cos^2 \beta_0 - \cos^2 i)^{1/2}} \quad (5.3.1.L)$$

Die untere Integrationsgrenze für die Integration nach der Großen Halbachse a wird durch die Bahnen bestimmt, die in r ihr Apozentrum besitzen, während die obere durch Bahnen gebildet, die an demselben Ort ihr Perizentrum besitzen. Daher ergibt sich ebenfalls, daß sich der Integrationsbereich in der Exzentrizität e von 0 bis 1 erstreckt.

Die ekliptikale Höhe β_0 kann nur durch Bahnen erreicht werden, deren Inklination wenigstens gleich der Breite β_0 oder größer als diese ist. Dabei ist es für die Dichte $f(\beta_0)$ unerheblich, ob diese durch Bahnen mit prograder oder retrograder Orientierung erzeugt wird. Entsprechend unterscheidet sich der Gewichtungsfaktor $1/(\cos^2 \beta_0 - \cos^2 i)^{1/2}$ für prograde Bahnen i und retrograde Bahnen $180^\circ - i$ nicht, so daß beide eine gemeinsame Verteilungsdichte, die sich von 0 bis $\pi/2$ erstreckt, bilden.

5.3.2. Allgemeine Lösungen zum Bahnelementeintegral

Zur Bestimmung der Verteilung der Bahnelemente Große Halbachse a , Exzentrizität e und Inklination i hatten wir die Fragestellung umgekehrt

und wissen nun, welche Dichte $n(r, \beta_0)$ Verteilungen $N(a, e, i)$ hervorbringen.

Als Lösung unseres eigentlichen Problems - die Bestimmung der Bahnelemente aus der Dichte - müssen wir das Bahnelementeintegral rückwärts lesen, präzise lautet damit die Aufgabenstellung:

Die Bahnelemente Große Halbachse a , Exzentrizität e und Inklination i sind Lösungen der durch das Bahnelementeintegral gegebenen Integralgleichung.

Diese Lösung wird in der Regel nicht allgemein gesucht (vgl. Singer and Bandermann, 1967), sondern unter verschiedenen sinnvollen Separationen. Es ist gezeigt worden, daß die Anzahldichten, unterschieden nach ihrer radialen Abhängigkeit $n(r)$ und ihrer breitenabhängigen Funktion $f(\beta_0)$, das Dichteprodukt $n(r) f(\beta_0)$ bilden.

Auch zerfällt der Gewichtungsfaktor in ein Produkt, in dem ein Faktor alleine von der Großen Halbachse a und der Exzentrizität e sowie der solaren Entfernung r abhängig ist, während der andere nur durch die Inklination i und die Breite β_0 bestimmt wird. Daher ist es sinnvoll, die Verteilungsdichtefunktion $N(a, e, i)$ nach $N(a, e)$ und $N(i)$ mit $N(a, e, i) = N(a, e) N(i)$ zu trennen.

Dies hat den Vorteil, daß beide Dichteanteile $n(r)$ und $f(\beta_0)$ durch getrennte Integrale darstellbar sind.

$$n(r) = \frac{1}{2\pi^3 r^2} \int_0^1 \int_{r/(1+e)}^{r/(1-e)} \frac{N(a, e)}{a(2a/r - 1 - (a/r)^2(1-e^2))^{1/2}} da de \quad (5.3.2.A)$$

und

$$f(\beta_0) = \int_{\beta_0}^{\pi/2} \frac{N(i)}{(\cos^2 \beta_0 - \cos^2 i)^{1/2}} di \quad (5.3.2.B)$$

Vice versa sind daher die Verteilungsfunktion $N(a, e)$ und $N(i)$ als Lösungen von zwei getrennten Integralgleichungen bestimmt.

Zusammenfassung

Die geringfügig um die Strahlungsdruckkraft reduzierte Gravitationskraft der Sonne ($\leq 1\%$) bestimmt im wesentlichen die Bewegung der zodiakalen Partikeln. Weitere störende Kräfte, vor allem der Poynting-Robertson-Effekt, bewirken langsame Veränderungen der Bahnelemente (~ 10 y). Wir erklären die Anzahlldichte der zodiakalen Wolke aus der gegenwärtigen Verteilung der oskulierenden Bahnelemente.

Wir zeigen, daß die Rotationssymmetrie der zodiakalen Wolke eine statistische Verteilung der Bahnknoten und der Perihellängen verlangt.

Für den Zusammenhang zwischen der Anzahlldichte $n(r, \beta_0)$ und den Verteilungsdichten $N(a)$ der Großen Halbachsen a , $N(e)$ der Exzentrizitäten e und $N(i)$ der Inklinationen i wird eine neue physikalisch durchsichtige und exakte Ableitung gegeben. Dann sind die Verteilungsdichten $N(a)$ (vgl. 6.) und $N(e)$ (vgl. 6. und 9.) Lösungen einer Integralgleichung, in der $n(r)$ allein als Störfunktion auftritt. Die Verteilungsdichte $N(i)$ (vgl. 7. und 8.) ist Lösung einer weiteren Integralgleichung, in der nur $f(\beta_0)$ die Störfunktion darstellt.

6. LÖSUNGEN FÜR DIE VERTEILUNGSDICHTEFUNKTION VON GROSSER HALBACHSE a UND EXZENTRIZITÄT e

Zunächst werden allgemeine Lösungen für die Verteilungsdichte $N(a)$ der Großen Halbachsen unter der Voraussetzung ihrer Darstellung als Potenzfunktion entwickelt, um dann auf die Anzahldichteverteilungen des zodiakalen Staubes angewandt zu werden.

6.1. Allgemeines Lösungsverfahren

Hier wird das Lösungsverfahren stark vereinfacht, indem einmal die Separation von $N(a,e)$ nach $N(a)$ und $N(e)$ angenommen wird und zum anderen die Stetigkeit der Verteilungsdichtefunktion von $N(e)$ im gesamten Intervall zwischen 0 und 1 sowie die Darstellung der Verteilungsdichte $N(a)$ als Potenzfunktion: $N(a) = c_a a^X$ (vgl. Haug, 1958, Bandermann, 1968) vorausgesetzt wird (c_a ist eine Konstante). Danach ist durch das Integral (6.1.A) der Exponent X zu bestimmen.

$$\frac{c_a}{2\pi^3 r^2} \int_0^1 \int_{r/(1+e)}^{r/(1-e)} \frac{N(e) a^{X-1}}{(2a/r - 1 - (a/r)^2(1-e^2))^{1/2}} da de \quad (6.1.A)$$

Faktorisieren der Wurzel nach a , Erweitern des Quotienten mit r , Ausnutzen der binomischen Regel im Radikanden und schließlich Faktorisieren der Wurzel nach e in (6.1.A) führt auf:

$$= \frac{c_a}{2\pi^3 r^2} \int_0^1 \int_{r/(1+e)}^{r/(1-e)} \frac{N(e) a^X}{(1 - (1/e)(1-r/a))^2)^{1/2}} \frac{r}{ea^2} da de \quad (6.1.B)$$

Benutzt man die Substitution

$$y = 1/e (1 - r/a) \text{ und } dy = 1/e r/a^2 da,$$

dann wird (6.1.B) endlich

$$= \frac{c_a}{2\pi^3} r^{X-2} \int_0^1 \int_{-1}^{+1} N(e) (1 - ey)^{-X} \frac{1}{(1-y^2)^{1/2}} dy de \quad (6.1.C)$$

Da das Doppelintegral in (6.1.C) unabhängig von r ist, und der gesamte Ausdruck (6.1.C)

$$= n_0 R_0^\nu \cdot r^{-\nu}$$

ist, ergibt sich eine einfache Beziehung zwischen den Exponenten ν der Anzahldichtefunktion und χ der Verteilungsdichte der Großen Halbachsen:

$$\chi = 2 - \nu \quad (6.1.D)$$

Andererseits läßt sich die Verteilungsdichte der Exzentrizitäten so nicht aus der Anzahldichte gewinnen.

6.2. Anwendung auf die bekannten Gesetze des Zodiakallichtes

Der Zusammenhang $\chi = 2 - \nu$ bestimmt die Exponenten der Verteilungsdichte $N(a)$ der Großen Halbachsen (Tab. 6.2.α.).

Tabelle 6.2.α.

Exponent der Dichte $n(r)$ ν :	1	1,1	1,3	1,5	0
Exponent der Verteilungsdichte $N(a)$ χ :	1	0,9	0,7	0,5	2

Alle diskutierten Potenzgesetze für den radialen Dichteverlauf zeigen Exponenten χ , die größer 0 sind ($\chi > 0$). Auch der Fall einer konstanten Dichte, wie er sich nach PIONEER 10 und 11 ergeben würde, ist aufgeführt. Hier würde man sogar einen Exponenten von $\chi = 2$ erhalten.

Einen Anstieg der Anzahl der Achsen mit ihrem größeren Wert zeigen auch Mutterkörper für zodiakale Meteore und Radiometeore, die grob einen Anstieg mit einem Exponenten von $\sim 0,6$ aufweisen (Hughes, 1978).

Im Fall der zodiakalen Verteilungen läßt sich dieser Anstieg aus dem Verlauf der Dichteverteilungen, wenn man kreisförmige Bahnen unterstellt ($e = 0$), einfach verstehen.

Die Anzahldichte einer Kreisschale von der Dicke Δr besitzt, wenn die Anzahl der Kreisbahnen in der Schale $N(a = r) \Delta r$ ist, einen Wert von:

$$n(r) = N(r)/(4\pi r^2) \quad (6.2.A)$$

Eine konstante Anzahl von Bahnen pro Schale führt zu einem Abfall mit dem Abstandsquadrat, und eine konstante Dichte verlangt einen Anstieg der Anzahl der Bahnen mit dem Abstandsquadrat. Die anderen Fälle ($1 \leq \nu \leq 1,5$) liegen dazwischen.

Von besonderem Interesse ist hier das Resultat der Beobachtungen durch den Satelliten IRAS. Infolge einer variablen Albedo forderten sie einen geringeren Anzahldichteabfall $\nu = 1$, der zu den beschriebenen Anzahldichtelöchern über den Polen führt. Dynamisch spiegeln sich diese Löcher demnach keineswegs in einer Veränderung der Inklinationsverteilung wider, wie man zunächst annehmen möchte, sondern in einer steileren Verteilung ($X = 1$) der Halbachsen (vgl. Kneißel and Giese, 1986).

Der Poynting-Robertson-Effekt erklärt, wie bei einer kreisförmigen Ausgangsbahn ($e = 0$) eine solche Verteilung ($\nu = X = 1$) zustande kommt. Gemäß Wyatt and Whipple (Wyatt and Whipple, 1956) ist die Driftgeschwindigkeit einer Partikel, die unter Wirkung des Poynting-Robertson-Effekts von einer Kreisbahn aus ins Innere des Sonnensystems spiralt, $\Delta r/\Delta t \sim 1/r$. Dann ist die Aufenthaltsdauer im Intervall Δr : $\Delta t/\Delta r \sim r$, so daß die Verteilungsdichte der Bahnen eines stetig auf der Ausgangsbahn erzeugten Teilchenstromes $N(r) \sim r$ und die Teilchenanzahldichte gemäß (6.2.A) $n(r) \sim r^{-1}$ wird. Nimmt man wie z.B. Ingham (Ingham, 1963) an, daß die zodiakalen Partikeln wesentlich durch Kollisionen von größeren Körpern im Asteroidengürtel erzeugt werden, die nur eine geringe Exzentrizität besitzen, dann ist der Fall $\nu = 1$ für den Teilchenanzahlabfall realistisch.

Leinert et al. (Leinert et al., 1983; Leinert, 1985) haben gezeigt, daß über das gesamte Sonnensystem verteilte Kollisionen größerer Partikeln als der zodiakalen zu einem Anstieg des Dichteabfalls ($\nu > 1$) gegenüber dem allein durch den Poynting-Robertson-Effekt bestimmten führen. Zerstörung der zodiakalen Partikeln verlangt einen flacheren Abfall. Da weit mehr

zodiakale Partikeln im gesamten Sonnensystem produziert als vernichtet werden (Grün et al., 1985), sollte man einen Anzahldichteabfall mit einem Exponenten $\nu > 1$ annehmen.

Berücksichtigt man ferner, daß die Ausgangsbahnen der Quellen, wie z.B. Kometen, Exzentrizitäten aufweisen (vgl. Rahe, 1981), dann ist außerhalb der Periheldistanz der Ausgangsbahn ohnehin mit einem steileren Verlauf $\nu \leq 5/2$ (Southworth, 1964) zu rechnen. Da sich der Fall $\nu = 1$ durch Beobachtungen keineswegs endgültig zurückweisen läßt, wollen wir ihn weiterhin zusammen mit seiner Verteilung der Achsen ($X = 1$) als möglichen Grenzfall berücksichtigen.

Zusammenfassung

Aus der dynamischen Analyse des Potenzgesetzes zur radialen Anzahldichteverteilung ergibt sich ein einfacher Zusammenhang zwischen den Exponenten ν des Anzahldichtegesetzes und der Verteilungsdichte der Großen Halbachse X : $X : X = 2 - \nu$ (6.1.D). Unsere Betrachtungen über die Verteilung der Bahnen unter Wirkung des Poynting-Robertson-Effektes zeigen, daß Anzahldichtegesetze mit $\nu = 1$, wie sie besonders aus den Infrarotbeobachtungen der zodiakalen Wolke abgeleitet wird, unwahrscheinlich sind. In diesem Fall besitzen die Bahnen eine Exzentrizität $e = 0$. Allgemein läßt sich die Verteilung der Exzentrizitäten hier nicht bestimmen, so daß weitere Überlegungen (vgl. 9.) heranzuziehen sind.

7. DIE LÖSUNGSMETHODEN ZUR BESTIMMUNG DER INKLINATIONSVERTEILUNGSDICHTE $N(i)$ UND ALLGEMEINE CHARAKTERISTIKA DER LÖSUNGEN

Es werden analytische Lösungen für die Inklinationsverteilungsdichtefunktion $N(i)$ gesucht und ihr physikalischer Inhalt erläutert. Dem folgt später ein numerisches Verfahren, dessen physikalisches Grundprinzip neue Einsichten in die Gültigkeit der vorgestellten breitenabhängigen Dichtefunktion bietet. Aus den Lösungen ergeben sich einige typische Eigenschaften für $N(i)$.

7.1. Klassifikation und allgemeine Lösung

Die Inklinationsverteilungsdichte $N(i)$ ist als Lösung der Integralgleichung

$$f(\beta_\theta) = \int_{\beta_\theta}^{\pi/2} \frac{N(i)}{(\cos^2 \beta_\theta - \cos^2 i)^{1/2}} di \quad (7.1.A)$$

zu gewinnen.

Diese Integralgleichung stellt eine Volterrasche Integralgleichung 1. Art dar.

Da sich der Kern umschreiben läßt zu $(\sin^2 i - \sin^2 \beta_\theta)^{1/2}$, wird die Integralgleichung:

$$f(\beta_\theta) = \int_{\beta_\theta}^{\pi/2} \frac{N(i)}{(\sin^2 i - \sin^2 \beta_\theta)^{1/2}} di \quad (7.1.B)$$

Die Lösung dieser auch als verallgemeinerte Abelsche Integralgleichung klassifizierten Integralgleichung ist bekannt (Fenyő und Stolle, 1984). Sie lautet danach

$$N(i) = -2/\pi \, d/di \int_{\sin i}^1 \frac{\sin \beta_\theta \, f(\beta_\theta)}{(\sin^2 \beta_\theta - \sin^2 i)^{1/2}} d \sin \beta_\theta \quad (7.1.C)$$

Partielle Integration und Differentiation nach dem Parameter unter der Voraussetzung, daß die Störfunktion $f(\beta_\theta)$ stetig differenzierbar sei,

führt zu (Im Kapitel 2.3.1. ist gezeigt worden, daß die Störfunktion die Anzahldichtefunktion $f(\beta_\theta)$, stetig differenzierbar sein sollte. Es ist also sinnvoll anzunehmen, daß die Modelle, die an einer Stelle, wie die Fächer-Modelle an der Stelle $\beta_\theta=0^\circ$, nicht differenzierbar sind, auch in diese Stelle hinein stetig differenzierbar fortgesetzt werden können.):

$$= 2/\pi \sin i \left(f(\pi/2) - \cos i \int_{f(\beta_\theta=i)}^{f(\beta_\theta=\pi/2)} \frac{1}{(\sin^2 \beta_\theta - \sin^2 i)^{1/2}} df(\beta_\theta) \right) \quad (7.1.D)$$

Ist $f(\beta_\theta) = f(\sin \beta_\theta)$, so kann man speziell schreiben

$$= 2/\pi \sin i \left(f(\pi/2) - \cos i \int_{\sin i}^1 \frac{f'(\sin \beta_\theta)}{(\sin^2 \beta_\theta - \sin^2 i)^{1/2}} d \sin \beta_\theta \right) \quad (7.1.E)$$

Im Fall $f(\beta_\theta) = f(\cos \beta_\theta)$ findet man eine entsprechende Darstellung

$$= 2/\pi \sin i \left(f(\pi/2) + \cos i \int_0^{\cos i} \frac{f'(\cos \beta_\theta)}{(\cos^2 i - \cos^2 \beta_\theta)^{1/2}} d \cos \beta_\theta \right) \quad (7.1.F)$$

Demnach läßt sich die Inklinationsverteilungsdichte als Produkt der Sinusfunktion der Inklination und einer weiteren Funktion $N^*(i)$ darstellen. Während Haug (Haug, 1958) diese Darstellung $N(i) = N^*(i) \sin i$ voraussetzt, ist hier diese Darstellung erst Resultat der Überlegungen. Darüber hinaus zeigt sich der zweite Faktor als Summe eines konstanten Anteils und eines weiteren, dessen Verlauf einer Kosinusfunktion der Neigung i folgt. Diese Zerlegung ist von nur formaler Natur, wenn die zweite Funktion negative Anzahldichten aufweisen würde. Diese tritt auf, wenn die Dichtefunktion $f(\beta_\theta)$ über β_θ monoton steigend ist.

Die nachfolgend entwickelten analytischen Lösungen werden eine Interpretation dieser genannten Besonderheiten gestatten.

Himmelssphäre mit dem willkürlich angenommenen Einheitsradius. Dann beschreibt die Anzahl von Vektoren der Neigung $\vec{i}$, die auf einem Flächenelement der Himmelssphäre senkrecht stehen, die Verteilung der Inklinationen im interplanetaren Raum. Das Flächenelement aller Inklinationen von der Größe i besitzt das Maß $2\pi \sin i \Delta i$, so daß die Anzahl pro Flächenelement

$$\frac{N(i) \Delta i}{2\pi \sin i \Delta i} = \frac{N(i)}{2\pi \sin i} \quad (7.2.1.B)$$

ist. D.h. soll die Anzahl der Bahnen in jedem Ausschnitt des Himmels gleich groß sein, so muß die Verteilungsdichte $N(i) \sim \sin i$ sein.

Ein solcher funktionaler Verlauf der Verteilungsdichte bei Gleichverteilung wird auch in der Bahnstatistik für Meteore und Kometen (vgl. Rahe, 1981) unter dem Namen isotrope Verteilung angegeben. Erinnt man sich hier noch einmal der allgemeinen analytischen Lösung $N(i)$, die sich als Summe von $2/\pi f(\beta_0=90^\circ) \sin i$ und einer weiteren Funktion darstellen ließ, so erkennt man hier, daß der erste Anteil einen isotropen Hintergrund für den zweiten Anteil bildet. Dieser tritt aber für jede Dichtefunktion $f(\beta_0)$ auf, die für große Breiten nicht verschwindet.

7.2.2. Verteilungen mit konstanter Verteilungsdichte $N(i)$

Für Vergleichszwecke ist es interessant zu prüfen, welche Dichtefunktionen eine konstante Inklinationsdichte ergeben. Hierzu wird das Integral der reinen Gewichtsfunktion gebildet. Dabei erstreckt sich die konstante Inklinationsdichte über ein Intervall von einer Inklination $i > 0$ bis $\pi/2$. Eine Umgebung um die Inklination 0 bleibt ausgespart, da eine Inklinationsdichte, die nicht wenigstens wie $\sin i$ in einer Umgebung von Null gegen Null konvergiert, eine unendlich große Teilchendichte produzieren würde. Man erinnere sich daran, daß die Flächenelemente der Himmelssphäre $\sim \sin i$ sind. Außerdem muß rein formal gesehen eine Verteilungsdichte eine Aufspaltung $N^* \sin i$ gestatten. Eine über dem gesamten Inklinationsintervall konstante Inklinationsdichte gestattet dies nicht.

Diese konstante Verteilungsdichte sei durch den Term $2/\pi N_0$ repräsentiert. Dann ergibt sich für das Integral der Teilchendichte

$$f(\beta_0) = \int_{\beta_0 > 0}^{\pi/2} \frac{2/\pi N_0}{(\cos^2 \beta_0 - \cos^2 1)^{1/2}} di \quad (7.2.2.A)$$

Die Substitutionen $z = \cos i/(\cos \beta_0)$ und $dz = -\sin i/(\cos \beta_0) di$ ergeben:

$$= 2/\pi N_0 \int_0^1 \frac{1}{(1 - \cos^2 \beta_0 z^2)^{1/2}} \frac{1}{(1 - z^2)^{1/2}} dz \quad (7.2.2.B)$$

Dieses Integral stellt ein elliptisches Integral der 1. Art in der Jacobischen Form $F_1(\cos \beta_0, 1)$ dar

$$= 2/\pi N_0 F_1(\cos \beta_0, 1) \quad (7.2.2.C)$$

Dieses kann durch die Substitution $\phi = \arcsin z$ mit $d\phi = 1/(\cos \phi) dz$ in die Legendre-Form $F(\cos \beta_0, \pi/2)$ gebracht werden.

$$= 2/\pi N_0 F(\cos \beta_0, \pi/2) \quad (7.2.2.D)$$

In dieser Form läßt sich das Integral in eine Reihe von geraden Potenzen der Kosinusfunktion $\cos \beta_0$ entwickeln (n!!, vgl. Abramowitz und Stegun, 1965)

$$= N_0 \left(1 + \left(\frac{1}{2}\right)^2 \cos^2 \beta_0 + \left(\frac{3!!}{4!!}\right)^2 \cos^4 \beta_0 + \left(\frac{5!!}{6!!}\right)^2 \cos^6 \beta_0 + \dots \right) \quad (7.2.2.E)$$

Die Dichtefunktion, wie sie in Abb. 7.2.2.a. gezeigt wird, wird mit wachsender ekliptikaler Breite β_0 durch Potenzen der Kosinusfunktion $\cos \beta_0$ von immer geringerer Ordnung repräsentiert, um dann schließlich für die größten Breiten in eine konstante Funktion überzugehen.

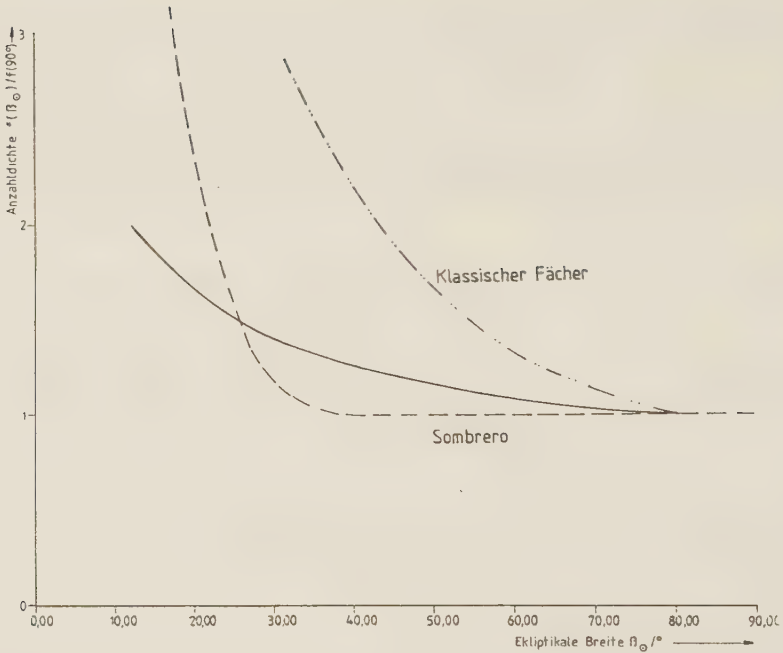


Abb. 7.2.2.a.:

Breitenabhängige Anzahldichtefunktion $f(\beta_0)/f(\beta_0=90^\circ)$ nach einer konstanten Inklinationsverteilungsdichte (-) im Vergleich zum klassischen Fächer (---), Sombrero (- - -).

Aufgrund des Auftretens der geraden Potenzen der Kosinusfunktion drängt sich ein Vergleich zu den Sombrero-Modellen auf. Während im Fall der Sombrero-Modelle außer für geringere ekliptikale Breiten $\beta_0 > 30^\circ$ die Dichten durch einen konstanten Anteil repräsentiert werden, sind hier auch die mittleren Breiten stärker mit Materie aufgefüllt.

7.2.3. Die Inklinationsverteilungsdichten, die Potenzen der Kosinusfunktion folgen

Schon Haug (Haug, 1958) wies darauf hin, daß die Dichtefunktionen $f(\beta_0) = \cos^n \beta_0$, die hier Bestandteil der Sombrero-Modelle sind, auf Verteilungsfunktionen $N(i) \sim \sin i \cos^n i$ führen ohne jedoch den Proportionalitätsfaktor zu bestimmen. Sei eine Dichtefunktion $f(\beta_0)$ durch $f(\beta_0) = \cos^n \beta_0$

gegeben, dann lautet die Inklinationsverteilungsdichte, wenn man die Ableitung

$$\frac{df}{d\cos\beta_{\theta}} = n \cos^{n-1}\beta_{\theta} \quad (7.2.3.A)$$

berücksichtigt,

$$N(i) = 2n/\pi \sin i \cos i \int_0^{\cos i} \frac{\cos^{n-1}\beta_{\theta}}{(\cos^2\beta_{\theta} - \cos^2 i)^{1/2}} d\cos\beta_{\theta} \quad (7.2.3.B)$$

Durch die Substitutionen $z = \cos\beta_{\theta}/(\cos i)$ und $dz = 1/(\cos i) d\cos\beta_{\theta}$, wird das Integral

$$= 2n/\pi \sin i \cos^n i \int_0^1 \frac{z^{n-1}}{(1-z^2)^{1/2}} dz \quad (7.2.3.C)$$

Damit ist die Ausgangsbehauptung bereits bestätigt. Weitere Substitution mit $t = z^2$ und $dt = 2zdz$ ermöglicht eine Berechnung des Proportionalitätsfaktors. Das Integral lautet nun

$$= n/\pi \sin i \cos^n i \int_0^1 t^{n/2-1} (1-t)^{1/2-1} dt \quad (7.2.3.D)$$

Dies ist ein Eulersches Integral erster Gattung, das durch die Betafunktion $B(n/2, 1/2)$ dargestellt wird.

$$= n/\pi B(n/2, 1/2) \sin i \cos^n i \quad (7.2.3.E)$$

Da die Betafunktion $B(n/2, 1/2) = \frac{\Gamma(n/2) \Gamma(1/2)}{\Gamma(n/2+1/2)}$ ist, worin Γ die Eulersche Gammafunktion ist, erhalten wir für $N(i)$

$$= n/\pi \frac{\Gamma(n/2) \Gamma(1/2)}{\Gamma(n/2+1/2)} \sin i \cos^n i \quad (7.2.3.F)$$

In den hier interessierenden Fällen (vgl. Rittich, 1986) von Potenzen der Kosinusfunktion mit geradem Exponenten ($\cos^{28}\beta_0$, $\cos^{44}\beta_0$) kann dieser Ausdruck durch spezielle Kombinationen der Fakultätsfunktion ausgedrückt werden

$$= \frac{2^{n/2+1} (n/2)!}{\pi (n-1)!!} \sin i \cos^n i \quad (7.2.3.G)$$

Benutzt man noch die Relation $2^{n/2} (n/2)! = n!!$, dann erhalten wir schließlich für $N(i)$

$$= 2/\pi \frac{n!!}{(n-1)!!} \sin i \cos^n i \quad (7.2.3.H)$$

Bevor die Eigenschaften dieser Lösung näher diskutiert werden, sollen noch die Größen Mittelwert und Standardabweichung der Verteilungen gebildet werden. Die Momente der Verteilung lauten für den Fall, daß die Ordnung n der Funktionen gerade ist

$$\int_0^{\pi/2} \cos^n i \sin i \, di = \frac{1}{n+1} \quad (7.2.3.J)$$

$$\int_0^{\pi/2} i \cos^n i \sin i \, di = \frac{1}{n+1} \frac{n!!}{n+1!!} \quad (7.2.3.K)$$

$$\int_0^{\pi/2} i^2 \cos^n i \sin i \, di = \frac{2}{n+1} \int_0^{\pi/2} i \cos^{n+1} i \, di \quad (7.2.3.L)$$

Mit diesen Momenten erhält man für den Mittelwert $\langle i \rangle$

$$\langle i \rangle = \frac{\int_0^{\pi/2} N(i) i \, di}{\int_0^{\pi/2} N(i) \, di} = \frac{n!!}{n+1!!} \quad (7.2.3.M)$$

und für die Standardabweichung Δi der Verteilung

$$(\Delta i)^2 = \frac{\int_0^{\pi/2} N(i) i^2 \, di}{\int_0^{\pi/2} N(i) \, di} - \langle i \rangle^2 = 2 \int_0^{\pi/2} i \cos^{n+1} i \, di - \left(\frac{n!!}{n+1!!} \right)^2 \quad (7.2.3.N)$$

Es sollen hier nur Unterschiede zwischen den Dichten von der Gestalt einer Potenz der Kosinusfunktion diskutiert werden. Danach verlangen Dichtefunktionen geringer Ordnung ($n=2$), also solche die größere Teilchenzahldichten auch in größerer ekliptikaler Breite ansiedeln, Inklinationsdichten, die über das gesamte Intervall verschmiert sind, wie die Abb. 7.2.3.a. und ein Mittelwert für diese von $\langle i \rangle = 38^\circ$ zeigen. Rücken die Ordnungen der Kosinusfunktion jedoch auf Werte von über $n > 10$, dann

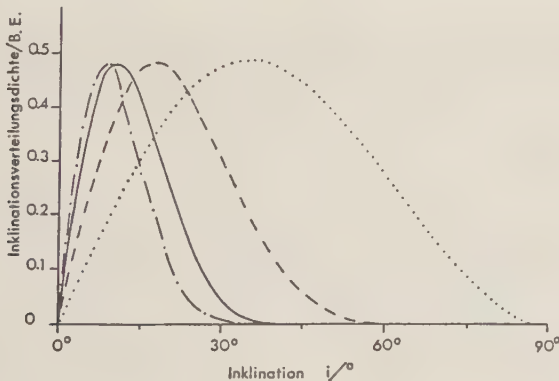


Abb. 7.2.3.a.:

Es werden die Inklinationsverteilungsdichten $N(i)$ von Anzahldichtefunktionen gezeigt, die Potenzen der Kosinusfunktion folgen. Folgende Ordnungen n werden dargestellt: $n=2$ mit $\dots$, $n=10$ mit $- - -$, $n=28$ mit $- \cdot -$ und $n=44$ mit $\dots$.

besitzen die meisten Bahnen moderate Inklinationen i von unter 30° . Der Mittelwert beträgt im Falle $n=28$ $\langle i \rangle \approx 13^\circ$ und für $n=44$ ist $\langle i \rangle \approx 11^\circ$. Wie schon die graphische Darstellung der Verteilungsfunktionen (s. Abb. 7.2.3.a.) vermuten läßt, sind auch die Standardabweichungen $\Delta i \approx 9^\circ$ in den beiden letzten Fällen sehr gering, was noch einmal die Konzentration der Bahnen zur Ekliptik hin bestätigt.

Gerade die graphische Darstellung aber läßt offenkundig werden, daß die Inklinationsdichte der am meisten wahrscheinlichen Inklination in allen Modellen erhalten bleibt.

Es ist interessant, daß trotz der Konstanz der maximalen Inklinationsdichte alle Verteilungen in der Ekliptik einen Wert von 1 produzieren. Indem die am meisten wahrscheinliche Inklination i mit steigender Ordnung n immer näher an die Inklination $i = 0^\circ$ heranrückt und die Verteilungsfunktion immer schmaler wird, wächst der Gewichtungsfaktor $1/\sin i$ stark an, während im Falle niedriger Ordnung n , wo eine Verschmierung der Verteilung über das gesamte Intervall herrscht, die einzelnen Verteilungsdichten nur mit einem geringen Gewichtungsfaktor belegt werden, so daß sich die gleiche ekliptikale Dichte aller Verteilungen verstehen läßt.

7.2.4. Inklinationsdichten nach Dichtefunktionen von Potenzen der Sinusfunktion

Im Hinblick auf spätere Diskussionen setzen wir auch für die Dichtefunktion $f(\beta_\odot)$ im einfachsten Fall das Monom $f(\beta_\odot) = \sin^n \beta_\odot$ an. Dann erhalten wir, wenn man die bekannte Ableitung ($n > 1$) $d/(d \sin \beta_\odot) \sin^n \beta_\odot = n(\sin \beta_\odot)^{n-1}$ bedenkt,

$$N(i) = -2n/\pi \sin i \cos i \int_{\sin i}^1 \frac{\sin^{n-1} \beta_\odot}{(\sin^2 \beta_\odot - \sin^2 i)^{1/2}} d \sin \beta_\odot \quad (7.2.4.A)$$

Durch Integralrekursion erhält man

$$\int_{\sin i}^1 \frac{\sin^{n-1} \beta_0}{(\sin^2 \beta_0 - \sin^2 i)^{1/2}} d\sin \beta_0 = \frac{\cos i}{(n-1)} + \frac{n-2}{n-1} \sin^2 i \int_{\sin i}^1 \frac{\sin^{n-3} \beta_0}{(\sin^2 \beta_0 - \sin^2 i)^{1/2}} d\sin \beta_0$$

je nach dem, ob n gerade ist

$$= -2/\pi \sin i \cos^2 i \left(\frac{n}{n-1} + \frac{n}{n-1} \frac{n-2}{n-3} \sin^2 i + \dots + \frac{n!!}{(n-1)!!} \sin^{n-2} i \right) \quad (7.2.4.B)$$

oder n ungerade ist

$$= -2/\pi \sin i \cos i \left(\frac{n}{n-1} \cos i + \frac{n}{(n-1)} \frac{n-2}{(n-3)} \cos i \sin^2 i + \dots + \frac{n!!}{n-1!!} \sin^{n-1} i \operatorname{arccosh} \frac{1}{\sin i} \right) \quad (7.2.5.C)$$

Vergleicht man dieses Ergebnis im Fall der Dichtefunktion $f(\beta_0) = \sin^n \beta_0$ mit dem formal entsprechenden Fall von Potenzen der Kosinusfunktionen, so ist die Lösung hier für geringe Ordnungen der Potenzen noch zu überblicken. Mit steigender Größe der Ordnungen wird das Ergebnis zusehends unhandlicher.

7.2.5. Anwendung der Lösung der Grundtypen auf die Lösung für die Inklinationsverteilungsdichte der Modelle

Mit den besonders für konstante Dichten und Dichtefunktionen, die Potenzen der Sinus- und Kosinusfunktionen folgen, entwickelten Lösungen, ist es im Prinzip möglich, Lösungen aller Modelle zu konstruieren. Jedoch wird sich in der nachfolgenden Diskussion zeigen, daß es kaum sinnvoll ist, diesen Weg in allen Fällen zu beschreiten. Daher werden die Lösungen vergleichend in Kapitel 8 beschrieben und diskutiert, nachdem weitere Lösungsmethoden vorgestellt worden sind.

Sombrero-Modelle

Sombrero-Modelle, die aus einer Kombination von konstanter Dichte und Potenz der Kosinusfunktion bestehen, können mit den bisher entwickelten Methoden sinnvoll gelöst werden. So finden wir im Fall des Original-Sombrero-Modells

$$N(i) = 2/\pi \sin i \left(0,15 + 0,85 \frac{28!!}{27!!} \cos^{28} i \right) \quad (7.2.5.A)$$

und im Fall des optimalen Sombrero-Modells finden wir dann:

$$N(i) = 2/\pi \sin i \left(0,2 + 0,8 \frac{44!!}{43!!} \cos^{44} i \right) \quad (7.2.5.B)$$

Mehrfachkelchmodelle

Da beide Mehrfachkelchmodelle aus einem Polynom von geraden Potenzen der Kosinusfunktionen bestehen, bietet sich auch hier eine Lösung durch gliedweise Integration der Potenzen von Kosinusfunktionen an.

Die Inklinationsverteilungsdichte der Kelchmodelle lautet dann:

$$N(i) = 2/\pi \sin i \left(a_0 + 2a_1 \cos^2 i + \sum_{k=2}^K a_k \frac{2k!!}{(2k-1)!!} \cos^{2k} i \right) \quad (7.2.5.C)$$

Für den Originalkelch ist $K = 16$ und für den optimalen $a_0 = 0$ und $K = 5$.

Man sieht, daß die Darstellung der Inklinationsverteilungsdichte mit zunehmender Ordnung der Polynome unhandlicher wird. Diese Tendenz setzt sich fort, wenn man zur Darstellung der Ellipsoid-Modelle übergeht.

Ellipsoid-Modelle

Die breitenabhängige Dichtefunktion des Ellipsoids läßt sich als eine unendliche Reihe von geraden Potenzen der Kosinusfunktion darstellen:

$$f(\beta_0) = \sum_{k=0}^{\infty} a_k \cos^{2k} \beta_0$$

mit

$$\begin{aligned} a_0 &= (1 + \gamma_E^2)^{-\nu/2} \quad \text{und} \quad B = \gamma_E^2 / (1 + \gamma_E^2) \\ a_1 &= a_0 \cdot \nu/2 \cdot B \\ a_2 &= a_1 (\nu/2 + 1) \cdot B/2 \\ &\vdots \end{aligned} \tag{7.2.5.D}$$

Entsprechend läßt sich die Inklinationsverteilungsdichte $N(i)$ wieder durch eine unendliche Reihe von der Gestalt (7.2.5.C) mit $K = \infty$ darstellen.

Ist diese Reihe für große Inklinationen ein Hilfsmittel, da man die Potenzen großer Ordnung vernachlässigen darf, so wird diese Reihendarstellung für kleine Inklinationen untauglich.

Schließlich als völlig verfehlt erscheint es, die Lösungen der Fächer-Modelle durch trigonometrische Reihen der folgenden Form zu beschreiben.

Fächer-Modelle

Diese prinzipielle Schwierigkeit der Fächer-Modelle sei schon am Beispiel des einfachsten Typs dargestellt. Die Dichtefunktion nach dem Fächer-Modell kann in eine unendliche Reihe von Potenzen der Sinusfunktion entwickelt werden (vgl. die mathematische Darstellung des Fächers 3.1.B).

Unter Kapitel 7.2.3. konnte aber gezeigt werden, daß die Inklinationsverteilungsdichte jedes einzelnen Monoms einer "Sinusdichte" ein Polynom verlangt, dessen Ordnung mit dem Exponenten der Potenz von Sinusfunktionen wächst. Ohne diese Konsequenzen im einzelnen auszuführen, wird klar, daß dieses Verfahren sehr umständlich ist. Dies gilt erst recht im Fall der modifizierten Fächer-Modelle, wo wir aufgefordert sind, Reihenmultiplikationen durchzuführen. Diese Ausführungen nötigen einem den Schluß auf, andere handlichere und vielleicht auch durchschaubarere Lösungsmethoden zu finden.

7.3. Mindestdichte des zodiakalen Staubes und Konstruktion eines Kollokationsverfahrens

Das im folgenden beschriebene numerische Verfahren, ein Kollokationsverfahren, basiert auf einer Einsicht über den Zusammenhang von Dichte und Verteilung der Inklinationen, der mehr prinzipieller Natur ist und daher zunächst beschrieben werden soll.

7.3.1. Mindestdichte

Der Zusammenhang zwischen der breitenabhängigen Dichte $f(\beta_0)$ und der Verteilungsdichte $N(i)$ soll noch näher analysiert werden, kehren wir daher zur Integralgleichung (7.1.A) zurück.

Formal kann man das Integrationsintervall $[\beta_0, \pi/2]$ in viele kleine Intervalle $\Delta\beta_0$ aufteilen, so daß sich für die Dichte schreiben läßt:

$$f(\beta_0) = \int_{\beta_0}^{\beta_0 + \Delta\beta_0} \frac{N(i)}{(\cos^2\beta_0 - \cos^2i)^{1/2}} di + \dots + \int_{\pi/2 - \Delta\beta_0}^{\pi/2} \frac{N(i)}{(\cos^2\beta_0 - \cos^2i)^{1/2}} di \quad (7.3.1.A)$$

Diese Aufspaltung bestätigt zunächst einmal Bekanntes. Die Dichte in der Breite β_0 ergibt sich aus der Summe der Dichten aller Bahnen, deren Inklinationen $i \geq \beta_0$ ist. Damit ist aber auch gesagt, daß bereits ein Teil der Verteilungsdichte $N(i)$, $i \in [i, i + \Delta i]$ ($i > \beta_0$) eine Dichte $f_{\min}$ der Breite β_0 festlegt, die nicht mehr unterschritten werden kann.

Diese Formulierung der Mindestdichte läßt sich noch allgemeiner aussprechen. Bahnen von der Inklination $(i, i+\Delta i)$ durchlaufen sämtliche Breiten zwischen $(\beta_0 = -i)$ und $(\beta_0 = i)$ und legen so in allen diesen Breiten eine Mindestdichte

$$f_{\min}(\beta_0) = \int_{i>\beta_0}^{i+\Delta i} \frac{N(i)}{(\cos^2(\beta_0) - \cos^2(i))^{1/2}} di \quad (7.3.1.B)$$

fest.

Diese Aussage soll uns bei der Begutachtung der Modelle noch interessieren und wird aber unmittelbar zur Konstruktion eines Kollokationsverfahrens gebraucht.

7.3.2. Ein Kollokationsverfahren

Wendet man die letzte Aussage auf das gesamte Integrationsintervall $[\beta_0, \pi/2]$ an, so ergibt sich folgendes Bild. Die Dichte in der Höhe zwischen $\pi/2 - \Delta\beta_0$ und $\pi/2$ legt die Inklinationsdichte $N(i)$ in genau diesem Intervall fest. Andererseits legt die Verteilung $N(i)$ auch eine Mindestdichte im folgenden Breitenintervall $[\pi/2 - \Delta\beta_0, \pi/2 - 2\Delta\beta_0]$ fest. Die restliche Dichte in diesem Breitenintervall wird durch neu hinzugekommene Teilchen auf Bahnen mit Inklinationen zwischen $\pi/2 - \Delta\beta_0$ und $\pi/2 - 2\Delta\beta_0$ festgelegt. Führt man so von einem Intervall $\Delta\beta_0$ zum nächsten fort, so läßt sich die Verteilung $N(i)$ konstruieren. Besonders einfach wird die Bestimmung der Inklinationsdichte $N(i)$, wenn man das Intervall Δi so klein wählt, daß $N(i)$ nahezu konstant ist. In der praktischen Ausführung dieses Verfahrens wird nicht die Verteilungsdichte $N(i)$, sondern die Größe $N^*(i) = N(i)/\sin i$, um die Integration möglichst einfach zu gestalten, benutzt. Das kann man ohne Einschränkung machen, da die Verteilungsdichte $N(i) = N^*(i) \sin i$ ist.

Im Prinzip wird auch schon bei Haug (Haug, 1958) von diesem Verfahren Gebrauch gemacht, jedoch ohne eine Diskussion der Bedeutung des Verfahrens für eine anschauliche Interpretation des Zusammenhangs von Anzahldichte und Inklinationsverteilung. Daher sollen die Einzelheiten des Verfahrens hier ausführlich vorgestellt werden.

Zerlegt man das gesamte Intervall $[0, \pi/2]$ in J Intervalle von der Länge $\Delta\beta_0$, so findet man für die Dichte $f((j-1)\Delta\beta_0)_k$ in der Höhe $\beta_0 = (j-1)\Delta\beta_0$, die die Teilchen auf Bahnen mit Inklinationen aus dem k -ten Intervall $((k-1)\Delta\beta_0, k\Delta\beta_0)$ erzeugen ($k \geq j$; $j, k = 1, \dots, J$):

$$f((j-1)\Delta\beta_0)_k = \int_{(k-1)\Delta\beta_0}^{k\Delta\beta_0} \frac{N^*(i) \sin i}{(\cos^2((j-1)\Delta\beta_0) - \cos^2 i)^{1/2}} di \quad (7.3.2.A)$$

Ist die Zerlegung des Gesamtintervalls fein genug, dann stellt $N^*(i)$ eine Konstante in dem kleinen Intervall $\Delta\beta_0$ dar, und es gilt

$$\begin{aligned} f((j-1)\Delta\beta_0)_k &= N_k^* \int_{(k-1)\Delta\beta_0}^{k\Delta\beta_0} \frac{\sin i}{(\cos^2((j-1)\Delta\beta_0) - \cos^2 i)^{1/2}} di \\ &= N_k^* \left(\arcsin \frac{\cos((k-1)\Delta\beta_0)}{\cos((j-1)\Delta\beta_0)} - \arcsin \frac{\cos(k\Delta\beta_0)}{\cos((j-1)\Delta\beta_0)} \right) \quad (7.3.2.B) \end{aligned}$$

Exakte Gleichheit gilt hier nur, wenn N_k^* Mittelwert im Sinne des Mittelwertsatzes der Integralrechnung ist.

Wenn der Ausdruck $T(k,j)$ bedeutet, daß

$$T(k,j) = \arcsin \frac{\cos((k-1)\Delta\beta_0)}{\cos((j-1)\Delta\beta_0)} - \arcsin \frac{\cos(k\Delta\beta_0)}{\cos((j-1)\Delta\beta_0)} \quad (7.3.2.C)$$

ist, und man für die Breite $(j-1)\Delta\beta_0$ kurz $(j-1)$ schreibt, dann kann man die Größen $\tilde{N}_k^*$ sukzessive aus dem folgenden Dreiecksschema gewinnen, worin $\tilde{N}_k^*$ die Näherungswerte für die unbekannten N_k^* sind.

$$f(J-1) = \tilde{N}_J^* T(J,J)$$

$$f(J-2) = \tilde{N}_J^* T(J,J-1) + \tilde{N}_{J-1}^* T(J-1,J-1)$$

.

.

.

$$f(1) = \tilde{N}_J^* T(J,2) + \tilde{N}_{J-1}^* T(J-1,2) + \dots + \tilde{N}_2^* T(2,2)$$

$$f(0) = \tilde{N}_J^* T(J,1) + \tilde{N}_{J-1}^* T(J,1) + \dots + \tilde{N}_2^* T(2,1) + \tilde{N}_1^* T(1,1)$$

(7.3.2.D)

Weiss und Anderssen (Weiss und Anderssen, 1972) haben gezeigt, daß bei genügend feiner Zerlegung ($\Delta\beta_0 \rightarrow 0$) die nach diesem Schema errechneten Werte $\tilde{N}_k^*$ gegen die exakte Lösung N_k^* konvergieren, sofern die Störfunktion, welche die Dichtefunktion $f(\beta_0)$ ist, lipschitzstetig ist.

Man nennt die Stellen $k\Delta\beta_0$, die den Ausgangspunkt für die Entwicklung der Dichten N_k^* bilden, Kollokationsstellen (Weissinger, 1984, Fenyö und Stolle, 1984), so daß das gesamte Verfahren ein Kollokationsverfahren bildet.

In der praktischen Lösung verfährt man dann so, daß man bei einer gegebenen Zerlegung J beginnt, deren Anzahl eine ausreichend dichte diskrete Verteilung der Größen $\tilde{N}_k^*$ über dem Intervall von 0° bis 90° erzielt. Sodann werden diese $\tilde{N}_k^*$ in einer doppelt so feinen Zerlegung berechnet, wo die Größen $\tilde{N}_k^*$ nun jede zweite Größe bilden. Die Größen aus der Ausgangszerlegung und der verfeinerten Zerlegung werden miteinander verglichen. Unterschreitet die Differenz zwischen beiden einen vorausgesetzten Parameter in allen Fällen, dann ist die Verteilung $\tilde{N}_k^*$ ausreichend genau bestimmt. Ist dies nicht der Fall, so wird das Verfahren fortgesetzt bis die gewünschte Genauigkeit erzielt ist.

In den hier auftretenden Fällen zeigt eine Zerlegung des Gesamtintervalls in $J = 720$ Intervalle von der Länge $1/8^\circ$ genügende Genauigkeit.

Mit diesem Algorithmus wurden für alle Dichtefunktionen $f(\beta_0)$ die zugehörigen Inklinationsdichten errechnet und mit den analytischen Lösungen verglichen, soweit diese sinnvoll bestimmt werden können.

Bevor eine Darstellung und Diskussion der Ergebnisse erfolgt, werden auch noch Sequenzen der Ellipsoid- und Fächer-Modelle unter einer Änderung ihrer Parameter erzeugt, um prinzipielle Invarianten aufzudecken.

7.3.3. Invarianten der Inklinationsverteilungsdichte

Wie sich schon für die Sombrero-Modelle mit analytischen Mitteln gewisse Invarianten bei Änderung der Ordnung der Kosinuspotenzen registrieren ließen, so kann man auch im Fall der Ellipsoid- und Fächer-Modelle, die mit unterschiedlichen Parametern auftreten, nach den Invarianten fragen.

Ellipsoid-Modell

Die Verschmierung der Teilchendichte über die gesamte Himmelssphäre im Fall des Ellipsoid-Modells durch Verkleinerung des Parameters γ_E in $f(\beta_\odot) = (1 + (\gamma_E \sin \beta_\odot)^2)^{-0,65}$ bewirkt folgerichtig auch eine Dispersion der Inklinationsverteilungsdichte über die gesamte Himmelssphäre. Auch in diesem Fall bleibt die maximale Inklinationsverteilungsdichte von $N_{\max} \approx 0,35$, die für immer breitere Verteilungen von $i_{\max} = 7^\circ$ bei $\gamma_E = 7$ zu $i_{\max} = 16^\circ$ bei $\gamma_E = 3$ wandert, erhalten (vgl. Abb. 7.3.3.a.).

Fächer-Modell

Auch bei den Fächer-Modellen verlangt eine Verkleinerung des Parameters γ_F in $e^{-\gamma_F \sin \beta_\odot}$ eine breitere Aufteilung der Bahnen über das Inklinationsintervall. Das Maximum wandert dabei von $i_{\max} \approx 10^\circ$ für $\gamma_F = 3,5$ zu $i_{\max} \approx 30^\circ$ für $\gamma_F = 1$. Der Wert der Inklinationsverteilungsdichte $N_{\max} \approx 0,3$ bleibt erhalten (vgl. Abb. 7.3.3.b.).

Gemeinsame Interpretation

Diese Invarianz des Inklinationsdichtemaximums bei Verbreiterung der Inklinationsdichte folgt der schon für die Potenzen von Kosinusfunktionen gegebenen Erklärung. Eine Dichte von $f(\beta_\odot) = 1$ für $\beta_\odot = 0$ wird im Fall der relativen scharfen Verteilungsdichten $N(i)$ durch ein sehr stark gewichtetes ekliptiknahes Maximum erreicht, während die Dichte bei $\beta_\odot = 0$ im Fall der breiten Verteilungen durch viele stärker geneigte Bahnen gebildet wird, deren Partikeln für eine Breite $\beta_\odot = 0$ aber nur eine geringe Aufenthaltswahrscheinlichkeit besitzen.

Diese Ausführungen mögen genügen, um einige typische Eigenschaften zu nennen, die auch bei der nun folgenden Diskussion der Modelle nützlich sind.

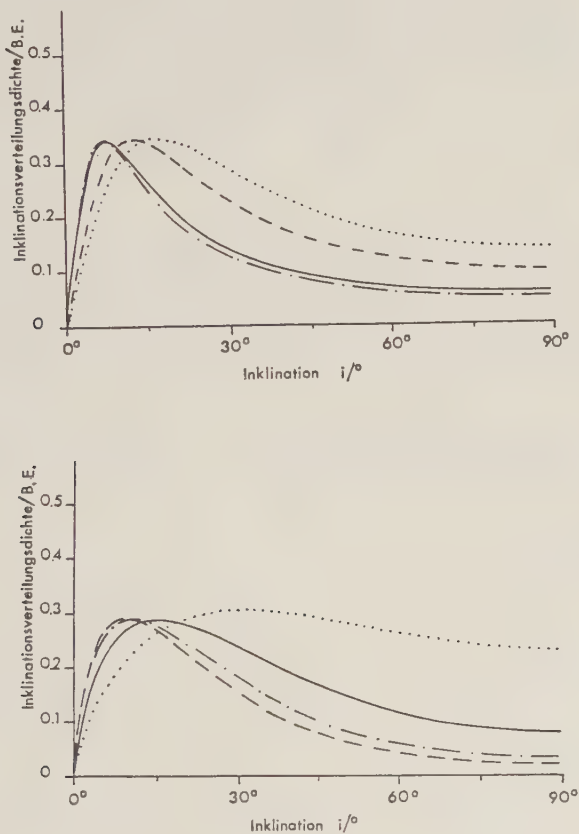


Abb. 7.3.3.a. und b.:

Die Inklinationsverteilungsdichte $N(i)$ von Anzahllichkeitsfunktionen des Ellipsoid-Modells(a) mit den Parametern $\gamma_E=3(\cdots)$; $4(---)$; $6,5(-)$ und $7(-\cdot-)$ und des Fächer-Modells(b) mit den Parametern $\gamma_F=1(\cdots)$; $2,1(-)$; $3(---)$ und $3,5(- - -)$ werden gezeigt.

Zusammenfassung

Konstante Anzahldichten, die einen Anteil in der Darstellung z.B. der Sombrero-Modelle beschreiben, werden durch eine isotrope Verteilungsdichte $N(i) \sim \sin i$ repräsentiert. Einige der Anzahldichten $f(\beta_0)$, wie die Sombrero- und Mehrfachkelch-Modelle, besitzen in ihrer Darstellung gerade Potenzen der Kosinusfunktion $\cos^n \beta_0$, bzw. jede Funktion $f(\beta_0)$ läßt sich durch ein Polynom von geraden Potenzen der Kosinusfunktion approximieren. Wir haben daher eine vollständige analytische Lösung für $N(i) = \frac{2}{\pi} \frac{n!!}{(n-1)!!} \cos^n i \sin i$ bei einer Darstellung von $f(\beta_0)$ durch solche Potenzen entwickelt. Darstellungen durch Potenzen der Sinusfunktion erweisen sich als nicht sinnvoll. Wir entwickeln ein numerisches Verfahren, das in vielen Fällen eine weniger aufwendige Konstruktion der Verteilungsdichten gestattet.

Wir zeigen, daß dieses Verfahren auf dem fundamentalen Gedanken beruht, nach dem die aus der Anzahldichte der Breite β_0 bestimmte Inklinationsverteilungsdichte $N(i)$ eine **Mindestdichte** in Breiten $< \beta_0$ festlegt. Denn Teilchen auf Bahnen der Inklination i passieren die geringeren Breiten und erzeugen dort eine Anzahldichte. Damit ist neben der Anpassung an die Beobachtungen für die Funktion $f(\beta_0)$ ein völlig neues Kriterium gegeben, dessen Anwendung folgt (vgl. 8.).

Schließlich finden wir, daß das Maximum der Verteilungsdichte $N(i_{\max})$ bei den Modellen einfacher Darstellung (Ellipsoid und Fächer) unter einer Variation der Parameter erhalten bleibt.

8. VERGLEICH DER BREITENABHÄNGIGEN ANZAHLDICHTEFUNKTION DES ZODIAKALEN STAUBES ÜBER DIE INKLINATIONSVERTEILUNGSDICHTEN

Nach einer Entwicklung von Vergleichskriterien werden alle dargestellten Modelle der zodiakalen Wolke über ihre Inklinationsverteilungsdichten verglichen. Dies führt zum Ausschluß von Modellgruppen. Außerdem diskutieren wir die zodiakalen Inklinationsverteilungsdichten gegenüber denen ihrer Quellen, den meteoroidischen Partikeln.

8.1. Die Vergleichskriterien

Ein erster Blick auf die Gesamtheit aller Verteilungen (vgl. Abb. 8.2. - Abb. 8.4.) bestätigt den Eindruck über den generellen Verlauf der Inklinationsverteilungsdichte $N(i)$, wie man ihn aus dem vorherigen Kapitel gewonnen haben kann. Danach befindet sich ein ausgeprägtes Inklinationsverteilungsmaximum $N_{\max}$ nahe der Ekliptik, dessen Größe sich zwischen $N_{\max} = 0,43$ (Sombbrero) und $N_{\max} = 0,23$ (Extremer Fächer) bewegt. Die Inklination des Verteilungsdichtemaximums oder die am meisten wahrscheinliche Inklination umfaßt ein Intervall je nach zu Grunde gelegter Dichteverteilung von $\Delta i_{\max} = 6,5^\circ$ (Ellipsoid) bis zu $i_{\max} = 15^\circ$ (Fächer). Je nach Breite des Verteilungsdichtemaximums, charakterisiert durch die Halbwertsbreite $i_{1,2}$, die dem Modell entsprechend einen Wert von 15° (Optimaler Sombbrero) bis zu 48° (Fächer) annehmen kann, läuft dieses Maximum sanft oder steil für große Inklinationen aus. Die Verteilungsdichtefunktion, die man als Superposition einer ekliptikalen Verteilung und einer isotropen Verteilung $N_0 \sin i$ verstehen kann, dominiert die Gesamtverteilungsfunktion für große Inklinationen. Ihr Koeffizient $N_0 = 2/\pi f(\pi/2)$ (vgl. 7.1.F) kann Größen bis zu 13% (Optimaler Sombbrero) des maximalen Wertes $N_{\max}$ erreichen. Die Inklinationsverteilungsdichten der Mehrfachkehl-Modelle müssen gesondert diskutiert werden.

Bei der nachfolgenden detaillierten Diskussion der Modelle sei allgemein auf die Zusammenstellung der Charakteristika in Tab., 8.1.α. verwiesen. In dieser Tabelle wird auch der Mittelwert $\langle i \rangle$ der Verteilungen aufgeführt. Dieser Mittelwert $\langle i \rangle$ bzw. seine Standardabweichung i bestimmen sich gemäß (7.2.3.M bzw. N). (Nur erste Gleichung der Gleichungskette!)

Der Mittelwert $\langle i \rangle$ ist je nach Modell zwischen 25° und 40° . Da der Mittelwert aber signifikante Strukturen der Verteilungen gerade verwischt, so fallen die Mittelwerte der sehr unterschiedlichen Verteilungen nach dem

klassischen Fächer-Modell ($\langle i \rangle = 36^\circ$) und dem Polkugel-Fächer-Modell ($\langle i \rangle = 37^\circ$) fast zusammen, erscheint er nicht als geeignet, um die Verteilungen zu beschreiben, obwohl dies in vielen Publikationen üblich ist (Leinert et al., 1983, Steel and Elford, 1985). Schließlich ist auch der Mittelwert $\langle i \rangle = 30^\circ$, der in einer Reihe der Publikationen für das Fächer-Modell angegeben wird (Weinberg and Sparrow, 1978, Leinert et al, 1983, Steel and Elford, 1985), kleiner als der hier berechnete $\langle i \rangle \approx 36^\circ$. Dieser Unterschied rührt wahrscheinlich daher, daß die erste Publikation (Leinert, 1975), auf die sich die weiteren beziehen, ein flacheres Fächer-Modell unterstellt. Für dieses ältere Fächer-Modell trifft ein Mittelwert $\langle i \rangle = 30^\circ$ zu.

Tabelle 8.1.a.

	$\langle i \rangle / ^\circ$	$\Delta i / ^\circ$	$i_{\max} / ^\circ$	$N_{\max}$	$\Delta i_{1/2} / ^\circ$	$\frac{N_0}{N_{\max}} / \%$
Klassische Modelle						
Klassisches Ellipsoid	30	24	6,5	0,35	22	16
Aufgeblasenes Ellipsoid	35	24	11,5	0,35	33	25
Klassischer Fächer	36	23	15	0,29	47,5	27
Moderater Fächer	31	22	11,5	0,29	37,5	15
Komprimierter Fächer	29	21	11	0,29	35	12
Polkugel-Modelle						
Original-Sombrero	32	27	11	0,43	18	22
Optimaler Sombrero	38	29	8,5	0,4	14,5	33
Polkugel-Fächer	37	26	8	0,26	26	42
Polloch-Modelle						
Extremer Fächer (V)	28	20	9	0,23	38	8
Extremer Fächer (IR)	23	17	10,5	0,33	20,5	3
Polloch-Fächer	27	18	12,5	0,31	35	0
Meteoroid. Verteilung	39	22	23	0,36	58	25

Für alle bis auf die Mehrfachkelch-Modelle in 2. und 3. genannten Anzahldichteverteilungen des zodiakalen Staubes und für die meteoroidischen Partikeln werden in den Spalten der Reihe nach folgende Charakteristika der Inklinationsverteilungsdichten $N(i)$ dargestellt: der Mittelwert $\langle i \rangle$, die Standardabweichung dessen Δi , die am meisten wahrscheinliche Inklination $i_{\max}$, die Größe des Verteilungsmaximums $N_{\max}$, seine Halbwertsbreite $\Delta i_{1/2}$ und der Quotient $N_0/N_{\max}$ aus dem Faktor der isotropen Hintergrundkomponente N_0 und dem Inklinationsdichtemaximum $N_{\max}$.

8.2. Klassische Modelle

8.2.1. Ellipsoid-Modelle

Klassisches Ellipsoid-Modell

Da in diesem Modell die Staubteilchen stark zur ekliptikalen Ebene hin konzentriert sind, ist auch für die Bahnen eine starke Konzentration zu ekliptikalen Inklinationen zu erwarten (vgl. Abb. 8.2.1.a.).

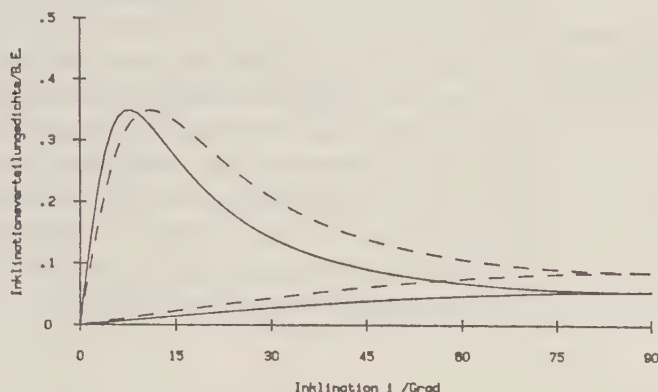


Abb. 8.2.1.a.:

Die Inklinationsverteilungsdichten des klassischen (—) und des aufgeblasenen (---) Ellipsoid-Modells (oben liegende Kurven) sowie ihre isotropen Komponenten (unten liegende Kurven) nach Faltung der retrograden auf die prograden werden gezeigt.

Dies bestätigen auch die Lage des Maximums der Inklinationsverteilungsdichte $i_{\max} \approx 6,5^\circ$ sowie die relativ geringe Halbwertsbreite $\Delta i_{1/2} \approx 22^\circ$. Auch die isotrope Komponente erreicht mit $N_o/N_{\max} \approx 16\%$ weniger als die Hälfte der maximalen isotropen Komponente (vgl. Polkugelfächer).

Aufgeblasenes Ellipsoid-Modell

Entsprechend der Verschmierung der Staubdichte über größere ekliptikale Breiten durch das "Aufblasen" wandert auch das Verteilungsmaximum zu größeren Inklinationen $i_{\max} \approx 11,5^\circ$, wie auch eine Verbreiterung der gesamten Verteilung ($\Delta i_{1/2} \approx 33^\circ$) eintritt. Die implizite isotrope Komponente wächst auf ($N_o/N_{\max} \approx 25\%$) (vgl. 8.2.1.a.).

Die Stärke des Verteilungsdichtemaximums bleibt jedoch mit $N_{\max} \approx 0,35$ von dieser Veränderung völlig unberührt, d.h. Beibehaltung derselben ekliptikalen Staubdichteverteilung wird bei der Transformation vom klassischen zum aufgeblasenen Ellipsoid-Modell im wesentlichen durch eine größere Anzahl von Bahnen mit großer Inklination gewonnen.

8.2.2. Fächer-Modelle

Klassisches Fächer-Modell

Entsprechend der Verteilung der Staubpartikel hoch über oder weit unter der ekliptikalen Ebene zeigt die Inklinationsverteilungsdichte nach dem Fächer-Modell eine breitere Verteilungsdichtefunktion. Für die von allen Modellen größte Inklination des Verteilungsdichtemaximums bei einer Inklination $i_{\max} \approx 15^\circ$ nimmt die Halbwertsbreite mit $i_{1/2} \approx 47,5^\circ$ mehr als die Hälfte des gesamten Inklinationsintervalles ein. Diesem Trend folgend werden große Inklinationen durch eine konstante Verteilungsdichte mittlerer Stärke $N_0/N_{\max} \approx 27\%$ charakterisiert (vgl. Abb.8.2.2.a.).

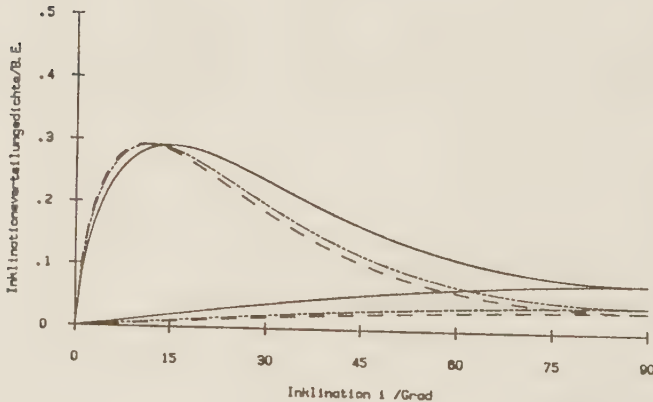


Abb. 8.2.2.a.:

Die Inklinationsverteilungsdichten des klassischen (-), des moderaten (---) und des komprimierten (- · -) Fächer-Modells (oben liegende Kurven) sowie ihre isotropen Komponenten (unten liegende Kurven) werden gezeigt.

Komprimiertes Fächer-Modell

Durch die Änderung des Parameters im Exponenten der Exponentialfunktion von 2,1 zu 2,9 liegt eine Staubbichteverteilung vor, die stark zur Ekliptik hin konzentriert ist, so daß die Bahnverteilung ihr Maximum schon bei $i_{\max} \approx 11^\circ$ annimmt. Die konstante Verteilung fällt auf ca. die Hälfte gegenüber dem klassischen Modell ab. Nur bleibt auch hier die Größe des Inklinationsmaximums von $N_{\max} \approx 0,29$ erhalten (vgl. Abb. 8.2.2.a.).

Moderates Fächer-Modell

Im Fall des moderaten Fächer-Modells (3.5.2.E), wie es die Analyse der infraroten Beobachtungen will, gilt ähnliches wie beim komprimierten Fächer-Modell. Entsprechend seiner Nähe zum komprimierten Fächer-Modell erreicht es sein ekliptikales Maximum bereits bei $11,5^\circ$. Die Halbwertsbreite beträgt hier auch nur noch $\Delta i_{1/2} \approx 37,5^\circ$. Schließlich macht die konstante Komponente für große Inklinationen etwa $N_o/N_{\max} \approx 15\%$ aus (vgl. Abb. 8.2.2.a.).

8.2.3. Vergleich von Ellipsoid- und Fächer-Modell

Gemeinsamkeiten

Beide klassischen Modelle haben gemeinsam, daß das ekliptikale Maximum für Inklinationen $i > i_{\max}$ monoton abfällt. Zur Erklärung dieser Eigentümlichkeit sei noch einmal auf den Verlauf der breitenabhängigen Dichtefunktion $f(\beta_o)$ dieser Modelle im Vergleich zur Dichtefunktion $f(\beta_o)$ einer konstanten Inklinationsverteilung hingewiesen (vgl. Abb. 7.2.2.a.). Danach fallen beide klassischen Dichten für mittlere Breiten $\beta_o > i_{\max}$ stärker als die Referenzfunktion. Dann müssen aber auch die Inklinationsverteilungsdichten $N(i)$ für die entsprechenden Inklinationen wenigstens stärker fallen als eine konstante Verteilungsdichte.

Für sehr große Inklinationen $i > 80^\circ$ gehen die klassischen Funktionen annähernd in eine konstante Verteilungsdichte über, was dem kaum merklichen Abfall der breitenabhängigen Dichtefunktion $f(\beta_o)$ für polnahe Zonen entspricht. Dieser leichte Abfall erklärt auch, warum die Verteilungsdichte für sehr große Inklinationen nicht ganz einer isotropen Verteilung folgt.

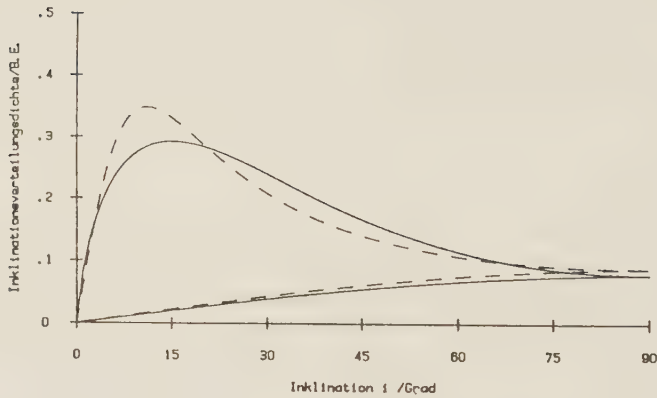


Abb. 8.2.3.a.:

Die Inklinationsverteilungsdichte nach dem klassischen Fächer-Modell (-) und nach dem aufgeblasenen Ellipsoid-Modell (- - -) werden miteinander verglichen. Die unten liegenden Kurven zeigen die isotrope Komponente.

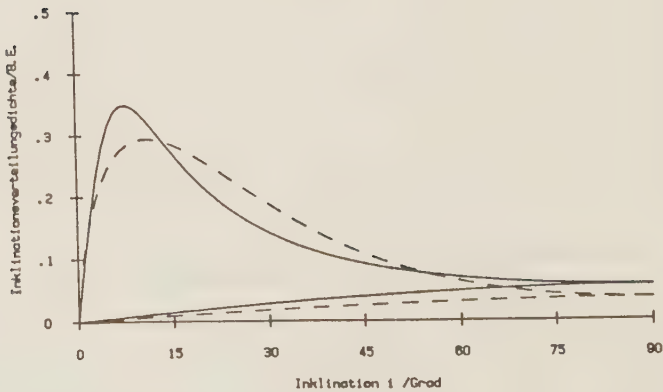


Abb. 8.2.3.b.:

Die Inklinationsverteilungsdichten nach dem Ellipsoid-Modell (-) und dem gedrückten Fächer-Modell (- - -) werden verglichen. Die unten liegenden Kurven stellen die isotropen Komponenten dar.

Unterschiede

Der Vergleich zwischen dem aufgeblasenen Ellipsoid- und dem klassischen Fächer-Modell vom dynamischen Standpunkt aus zeigt, daß das Ellipsoid-Modell typische Eigenschaften des Fächer-Modells nicht erreichen kann, wie z.B. die Lage des Verteilungsmaximums ($i_{\max} \approx 11,5^\circ$) oder die riesige Breite der Verteilung (vgl. Abb. 8.2.3.a.).

Im Fall der Näherung eines Ellipsoid-Modells durch ein komprimiertes Fächer-Modell kann wiederum das Fächer-Modell seine Herkunft nicht verheimlichen. Es verlangt zu große Inklinationen der Maxima $i_{\max}$ und Halbwertsbreiten $\Delta i_{1/2}$ der Verteilung verglichen mit der schmalen ekliptiknahen Verteilung des Ellipsoidmodells (vgl. Abb. 8.2.3.b.).

Allerdings stimmen die ekliptiknahe Gestalt beider modifizierten Versionen recht gut überein. Da aber die Größe des Maximums invariant ist (vgl. Kap. 7.3.3.), was auch mit der kleineren Verteilungsdichte im Fall des Fächer-Modells gegenüber dem Ellipsoid-Modell einhergeht, ist auch in diesem Fall eine Unterscheidung gegeben.

8.3. Polkugel-Modelle

Der erste auffällige Unterschied zwischen den Inklinationsverteilungsdichten der klassischen Modelle und den Polkugel-Modellen besteht darin, daß die Verteilungsdichte nach Erreichen des ekliptiknahen Maximums für Inklinationen $i > i_{\max}$ nicht monoton fällt. Im Gegensatz dazu erreichen die Polkugelverteilungen nach dem Maximum dann bei mittleren Inklinationen ein Minimum, um wieder gegen die größten Inklinationen leicht anzusteigen. Dieses Verhalten läßt sich in seinen Grundzügen verstehen:

Die Dichtefunktionen der Polkugel-Modelle sind für große Breiten ($\beta_0 > 30^\circ$ (Sombbrero), $\beta_0 > 60^\circ$ (Polkugelfächer)) nahezu konstant oder steigen kaum merklich an. Eine konstante Dichte wird aber nach Kap. 7.2.1. durch eine isotrope Verteilung $N_0 \sin i$ wiedergegeben. Diese Verteilungsdichte ist bekanntermaßen monoton steigend.

Wächst die Dichte $f(\beta_0)$ für große Breiten β_0 sogar leicht oder von oben her gedacht, fällt die Dichte für kleiner werdendes β_0 leicht ab, dann werden zur Reproduktion der Dichte in geringeren Breiten, weniger Bahnen

gebraucht als man nach einer isotropen Verteilung fordern würde. Diese Verteilung ist erst recht monoton steigend (vgl. Abb. 8.3.a.).

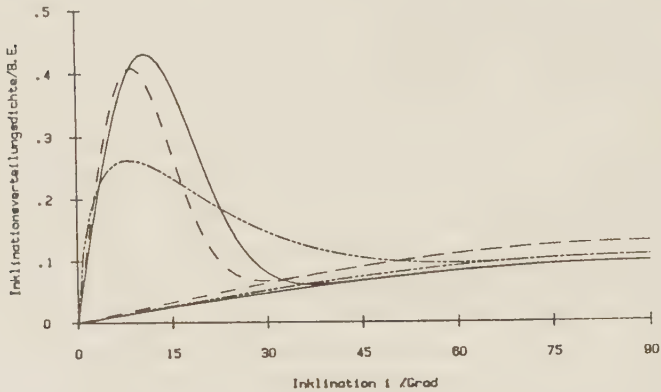


Abb. 8.3.a.:

Es werden die Polkugel-Modelle: Klassisches Sombrero-Modell (-), optimales Sombrero-Modell (- - -) und Polkugel-Fächer-Modell (-.-.-) dargestellt. Wieder bezeichnen die unten liegenden Kurven die isotrope Komponente.

8.3.1. Sombrero-Modelle

Das Original-Sombrero-Modell als eine Fortentwicklung des Ellipsoid-Modells läßt erwarten, daß die Bahnen relativ stark zur ekliptikalen Ebene konzentriert sind, was die kleine Inklination des Verteilungsmaximums $i_{\max} \approx 11^\circ$ und die geringe Breite $\Delta i_{1/2} \approx 18^\circ$ auch bestätigen. Nur die isotrope Komponente ist als Konsequenz des Kugelanteils weitaus stärker ausgebildet ($N_0/N_{\max} \approx 22\%$). So beschreibt für große Inklinationen bei verschwindendem Anteil der ekliptikalen Komponente alleine die isotrope Komponente die Verteilungsdichte der Inklinationen. Im Fall des optimalen Sombrero-Modells treten diese Eigenschaften geradezu in Überzeichnung hervor. Die Verteilung besitzt eine sehr enge ekliptiknahe Komponente ($i_{\max} \approx 8,5^\circ$, $\Delta i_{1/2} \approx 14,5^\circ$), die von einer äußerst starken Komponente $N_0/N_{\max} \approx 33\%$ überlagert wird.

8.3.2. Kugelfächer-Modell

Typisch für ein Fächer-Modell ist die breite Gestalt der Verteilungsdichte des Kugelfächer-Modells ($\Delta i_{1/2} \approx 26^\circ$), aber im Gegensatz zu den Fächer-Modellen liegt die Inklination der maximalen Verteilungsdichte bei relativ kleinen Inklinationen $i_{\max} \approx 8^\circ$. Dieser recht kleine Wert für $i_{\max}$ erklärt sich aus dem extrem komprimierten Fächer-Modell von $e^{-3,8|\sin\beta_0|}$, welches für sehr kleine Breiten β_0 eine hinreichende Näherung der Dichte nach dem Kugelfächer-Modell darstellt. Entsprechend der relativ flachen Verteilungsdichte für geringe Inklinationen ($N_{\max} \approx 0,26$), die weniger zur Dichte beitragen, ist die Verteilungsdichte der größeren Inklinationen stärker ausgebildet. Für große Inklinationen $i > 60^\circ$ läßt sich die Verteilungsdichte durch eine isotrope Verteilungsdichte $N_0 \sin i$ mit $N_0 = 0,11$ beschreiben.

Der Koeffizient N_0 der isotropen Komponente kann in diesem Fall nicht einfach durch die Verteilungsdichte bei $i = 90^\circ$ beschrieben werden. Aufgrund des leichten Anstiegs der breitenabhängigen Dichtefunktion $f(\beta_0)$ für $\beta_0 \approx 71,8^\circ$ würde eine Verteilungsdichte $N(i) = N_0 \sin i$ eine zu große Dichte $f(\beta_0)$ für die polaren Breiten. Will man aber die Separation in einen isotropen und einen weiteren Anteil beibehalten, dann muß N_0 so bestimmt werden, daß es das Minimum der Dichtefunktion $f(\beta_0)$ nicht überschreitet, denn ein Überschreiten verlangt von der anderen Komponente unsinnige negative Verteilungsdichten.

Unter diesen Bedingungen findet man für $N_0 = 2/\pi \min(f(\beta_0)) = 0,11$. Da sich im diskutierten Fall $\min(f(\beta_0))$ und $f(90^\circ)$ kaum unterscheiden, wird die Verteilung für große Inklinationen hinreichend genau durch $N(i) = 2/\pi \min(f(\beta_0))$ beschrieben.

8.4. Polloch-Modelle

Polloch-Modelle geben sich in ihren Verteilungsdichten gegenüber den klassischen Modellen durch eine verschwindende oder sogar fehlende isotrope Komponente zu erkennen. Aber ebenso wie bei den klassischen Modellen fallen die Verteilungsdichten $N(i)$ nach Erreichen ihres Höchstwertes bei $i_{\max}$ für die folgenden Inklinationen streng monoton ab. Auch hier findet dies seinen Grund darin, daß die Dichtefunktionen $f(\beta_0)$

der Polloch-Modelle für Breiten $\beta_0 > i_{\max}$ stärker als eine Dichtefunktion $f(\beta_0)$ der konstanten Inklinationsdichte fallen (vgl. Abb. 8.4.a.).

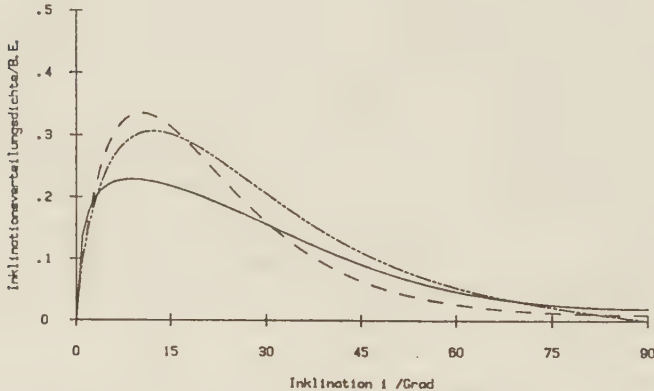


Abb. 8.4.a.:

Die Polloch-Modelle: Optisches (—) und infrarotes (---) extremes Fächer-Modell und Polloch-Fächer-Modell (·-·-) sind im Vergleich dargestellt,

8.4.1. Optisches Extremes Fächer-Modell

Der extreme Fächer(V) (vgl. Abb. 8.4.a.) trägt noch als wesentliches Merkmal eines Fächer-Modells eine breite Gestalt der Verteilung ($\Delta i_{1/2} \approx 38^\circ$), jedoch schiebt sich das Maximum der Verteilung auf Inklinationen kleiner als 10° ($i_{\max} \approx 9^\circ$). Da durch diese Verteilung ähnliche ekliptikale Dichten wie nach der breiten ekliptikfernen Verteilung des klassischen Fächer-Modells geschaffen werden, aber die Aufenthaltswahrscheinlichkeit von Teilchen auf ekliptiknahen Bahnen gegenüber ekliptikfernen zunimmt, ist die Verteilungsdichte in diesem extremen Fächer-Modell ($N_{\max} \approx 0,23$) kleiner als im Original-Fächer-Modell. Diesem Trend einer breiten ekliptiknahen Verteilung entspricht auch die verschwindende implizite isotrope Komponente von $N_0/N_{\max} \approx 8\%$.

8.4.2. Infrarotes extremes Fächer-Modell

Das infrarote extreme Fächer-Modell (vgl. Abb. 8.4.a.) besitzt unmittelbare Ähnlichkeit mit dem Standardtyp des Fächer-Modells. Konsequenterweise aufgrund des großen Wertes für den Exponenten von 4,2 liegt das Maximum der ekliptikalen Komponente schon bei einer Inklination von $i_{\max} \approx 10,5^\circ$. Die konstante Komponente, die die Verteilungen in großen Inklinationen charakterisiert, macht nur 3% des Maximums aus, jedoch die absolute Höhe des Inklinationsverteilungsmaximums ist größer als im Standardmodell. Dies erscheint plausibel, da die Halbwertsbreite hier $\Delta i_{1/2} \approx 20,5^\circ$ beträgt, so daß eine Teilchendichte von 1 in der Ekliptik dann durch eine größere Anzahl ekliptiknaher Bahnen realisiert werden muß.

8.4.3. Pollochfächer-Modell

Die Verteilung der Inklinationen nach dem Lochfächer-Modell nimmt sich für ekliptiknahe Inklinationen aus wie die eines typischen Fächer-Modells mit einer Dichtefunktion $f(\beta_0) = e^{-2.6|\sin\beta_0|}$ ($\Delta i_{1/2} = 35^\circ$, $i_{\max} = 12,5^\circ$). Der etwas gegenüber diesem Fächer-Modell größere Wert des Verteilungsmaximums $N_{\max} \approx 0,31$ zeigt an, daß die fehlende isotrope Komponente durch eine Zunahme der Verteilungsdichte ekliptiknaher Inklinationen ausgeglichen wird.

8.5. Mehrfachkelch-Modelle

Ein erster Blick auf die Verteilungsdichtefunktion der beiden Mehrfachkelch-Modelle läßt unmittelbar den prinzipiellen Unterschied dieser Modelle zu den bisher dargestellten deutlich werden: Bei höheren Inklinationen $61^\circ \geq i \geq 39^\circ$ (Original Mehrfachkelch-Modell) und $53^\circ \geq i \geq 35^\circ$ (Optimales Mehrfachkelch-Modell) treten negative Verteilungsdichten $N(i)$ auf, was offensichtlich nicht mit der physikalischen Realität zu vereinbaren ist (vgl. Abb. 8.5.a.).

Das Auftreten negativer Verteilungsdichten in diesen Modellen läßt sich nach den Vorstellungen über die Mindestdichte verstehen. Die polnahen Anteile der Dichtefunktion $f(\beta_0)$ bringen eine Verteilungsdichtefunktion $N(i)$ der Inklinationen $i > \beta_0$ hervor. Da Teilchen auf diesen

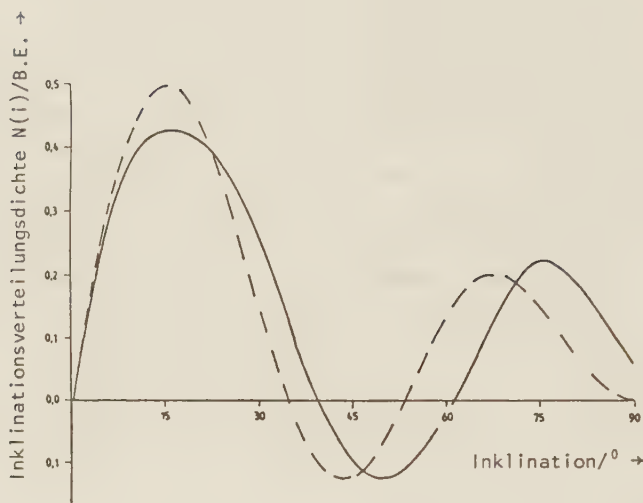


Abb. 8.5.a.:

Die Inklinationsverteilungsdichte des originalen (-) und des optimalen Mehrfachkelch-Modells werden gezeigt.

stark geneigten Bahnen auch Orte geringerer ekliptikaler Breite durchziehen, legen die Partikeln entsprechend ihrer Aufenthaltswahrscheinlichkeit in niedrigen ekliptikalen Breiten β_0 eine Mindestdichte fest. Die Abb. 8.5.b. zeigt den Verlauf der Mindestteilchendichte im Fall des optimalen Kelch-Modells.

Für große Breiten $\beta_0 > 60^\circ$ folgt die aus der Bahnverteilung $N(i)$, $i > 60^\circ$ gewonnene Dichtefunktion der ursprünglichen Kelchdichte, aber überschreitet diese dann für mittlere Breiten $\beta_0 \approx 56^\circ$. Die nach kleineren Inklinationen fortgesetzte Verteilungsdichte $N(i)$ ($i \lesssim 56^\circ$) kann diese Mindestdichte nur dann unterschreiten oder gar vollständig verschwinden ($f(\beta_0) = 0$), wie es die Kelchanzahluchten verlangen, wenn in der Verteilungsdichte negative Anteile auftreten.

Da beide Modelle über die Verteilung der Bahnen des interplanetaren Staubes eine dynamisch nicht realisierbare Forderung enthalten, sind sie nicht geeignet, um die Verteilung der Teilchendichte des interplanetaren Staubes zu beschreiben. Daher werden sie im folgenden auch nicht mehr berücksichtigt.

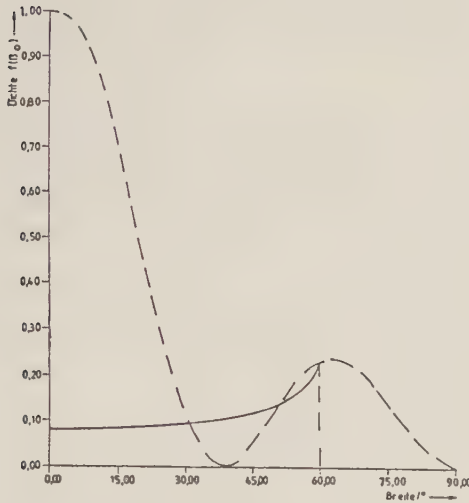


Abb. 8.5.b.:

Die Anzahldichte, die die Bahnen mit Inklinationen $i > 60^\circ$ nach dem optimalen Mehrfachkeil-Modell erzeugen, fällt für $\beta_\odot < 60^\circ$ ab. Sie erreicht aber an keiner Stelle eine Dichte von Null.

8.6. Vergleich der zodiakalen Inklinationsverteilungsdichten mit Inklinationen der Quellen

Es scheint sinnvoll, die Inklinationsverteilungsdichten $N(i)$ mit der Verteilung der Inklinationen von Quellen zodiakalen Staubes zu vergleichen. Wie schon angesprochen, stellen diese Quellen nach Grün et al. (Grün et al., 1985) die meteoroidischen Partikeln mit einer Masse $m \geq 10^{-4} \text{ g}$ dar. Dies entspricht einem Radius $s \approx 3 \cdot 10^2 \mu\text{m}$ bei $d = 1 \text{ g/cm}^3$, d.h. in der Größenverteilung des interplanetaren Staubes schließen sich die meteoroidischen Partikeln den zodiakalen Partikeln an.

Diese meteoroidischen Partikeln ihrerseits können die Trümmer asteroidischer Kollisionen (Dohnanyi, 1978) darstellen. Andererseits sollen auch Kometen (Röser, 1976) in strittigem Umfang (Stohl, 1986) zu diesen Teilchen beitragen, indem der Gasstrom, der während der Perihelpassage aus der kometaren Oberfläche aufgrund ihrer Aufheizung tritt, aus dem Kometen Teilchen mitreißt, die nach einem Aufenthalt in der

Koma den Staubschweif des Kometen bilden. Dieser dispergiert fortlaufend, so daß die Partikeln mit der kometaren Bahn assoziierte Ströme formen. Beispielsweise gehören die Orioniden und die Eta-Aquariden zum Kometen P/Halley (Rahe, 1981).

Aus diesen meteoroidischen Partikeln gehen dann durch Kollisionen dieser Partikeln mit anderen die kleinen zodiacalen hervor. Für die Inklinationsverteilungsdichte der Meteoroiden existieren eine ganze Reihe von Statistiken.

Andreev und Belkovich untersuchten die Inklinationsverteilungsdichte dieser Teilchenklasse, die auch die kleineren Radiometeore enthält $m \geq 10^{-4} \text{ g}$, erneut und kommen zu der Verteilung:

$$N(i) = 6,33 \cdot e^{-i/23^\circ} \sin i \text{ für } i < 90^\circ$$

$$\text{und } N(i) = 0,059 \cdot e^{-i/118^\circ} \sin i \text{ für } i > 90^\circ$$

(Andreev und Belkovich, 1985). Diese Verteilung kommt der von Singer (Singer, 1968) aufgestellten $N(i) \sim e^{-i/19^\circ} \sin i$ sehr nahe. Die Verteilung von Andreev und Belkovich scheint außerdem entsprechend der Diskussion in der IAU-Kommission 22 (Fechtig, 1986) ein sehr viel höheres Maß an

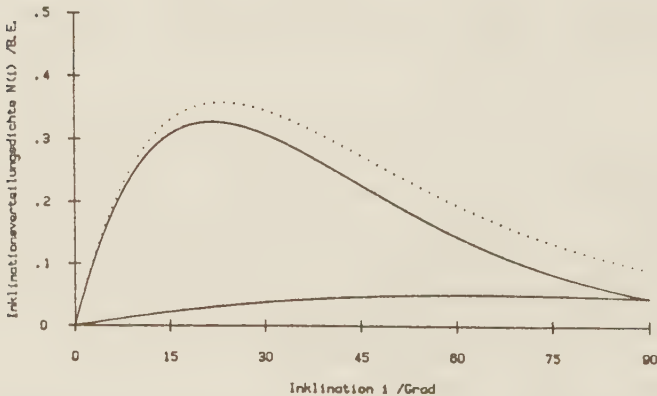


Abb. 8.6.a.:

Inklinationsverteilungsdichte meteoroidischer Partikeln (Andreev und Belkovich, 1985). Die obere durchgezogene Kurve zeigt den Verlauf der Verteilung für $0^\circ \leq i \leq 90^\circ$ und die untere den für $90^\circ \leq i \leq 180^\circ$ in der Darstellung $N(i-90^\circ)$. Die durch Punkte dargestellte Kurve demonstriert die Verteilung nach Faltung der retrograden Verteilungsdichten auf die prograden.

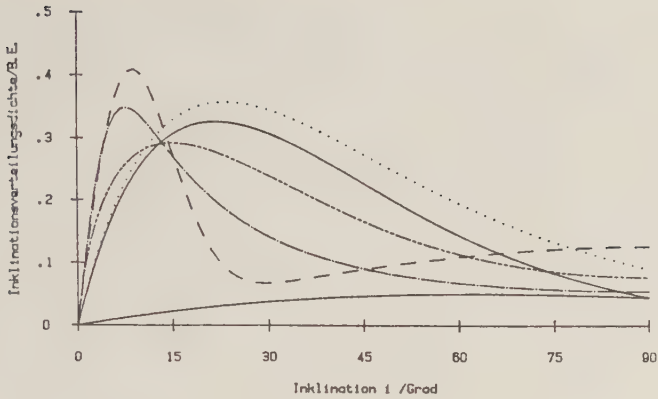


Abb. 8.6.b.:

Die Inklinationsverteilungsdichte der Meteoroiden (-) bzw. (...) (vgl. 8.6.a.) wird mit den Inklinationsverteilungsdichten des optimalen Sombbrero-Modells (- - -), des klassischen Fächer-Modells (·-·) und des klassischen Ellipsoid-Modells (-·-) verglichen.

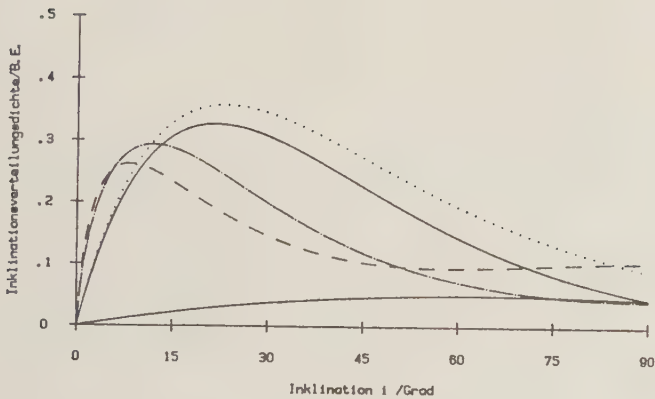


Abb. 8.6.c.:

Die meteoroidische Inklinationsverteilungsdichte (-) bzw. (...) (vgl. 8.6.a.) steht der Verteilungsdichte nach dem Pollochfächer-Modell (- - -) und dem moderaten Fächer-Modell (·-·) gegenüber.

Glaubwürdigkeit zu besitzen als andere, so daß diese in der folgenden Diskussion als die meteoroidische Verteilung unterstellt wird. Für den hier zur Debatte stehenden Vergleich mit den Inklinationsdichten zodiakalen Staubes wurden in der Verteilung von Andreev und Belkovich der geringe Anteil retrograder Bahnen, den entsprechenden prograden zugeschlagen. Eine Darstellung der Inklinationsverteilungsdichte findet sich in Abb. 8.6.a. Obwohl die Aufspaltung der Inklinationsverteilungsdichte nach $N^*(i) \sin i$ ähnlich der zodiakalen ist, fällt sie jedoch mit keiner dieser zusammen (vgl. Abb. 8.6.b., c.). Selbst das Fächer-Modell, das eine ähnliche Breite besitzt ($\Delta i_{1/2}$ (Fächer) $\approx 47,5^\circ$ und $\Delta i_{1/2}$ (Meteoroiden) $\approx 58^\circ$) und einen großen Mittelwert $\langle i \rangle$, konzentriert einen Teil der Partikeln stärker zur Ekliptik ($i_{\max}$ (Fächer) $\approx 15^\circ$ und $i_{\max}$ (Meteoroiden) $\approx 23^\circ$) als die meteoroidische Verteilung.

Die zodiakale Wolke ist demnach keine bloße Erweiterung der meteoroidischen Wolke. Dies sollte man aufgrund der unterschiedlichen Dynamik beider Teilchenpopulationen auch erwarten (vgl. 1.).

Damit sind die Überlegungen, die für die zodiakale Wolke eine für meteoroidische Partikeln zutreffende Verteilung ansetzen, wenigstens problematisch. Insbesondere unterstellt Briggs (Briggs, 1962), daß Teilchen, die gemäß einer meteoroidischen Population in ihren Inklinationen verteilt sind, ins Innere des Sonnensystems unter der Wirkung des Poynting-Robertson-Effekts spiralen. Diese bilden in ihrer Passage die zodiakale Staubwolke. Da der Poynting-Robertson-Effekt aber die Bahnebene der Partikeln unberührt läßt, ist der zodiakale Staub ebenfalls in diesem Modell nach einer meteoroidischen Verteilung strukturiert. Wir haben aber gesehen, daß dieses nicht zutrifft.

Die hier entwickelten Inklinationsverteilungsdichten mit ihren Mittelwerten geben gemäß (5.1.) die Größenordnung der Inklinationsdispersion infolge von Lorentzstreuung. Für $\langle i \rangle = 30^\circ$ übersteigt dann $\sqrt{\langle \Delta i^2 \rangle}$ gemäß (5.1.C) einen Wert von 1° nicht. Die hier gewonnenen Inklinationsverteilungsdichten des zodiakalen Staubes und ihrer Quellen der meteoroidischen Partikeln, zeigen, daß im allgemeinen inklinationsverändernde Effekte aufgrund der Lorentzstreuung keine wesentliche Rolle spielen sollten.

8.7. Partikeln auf retrograden Bahnen

8.7.1. Der Anteil retrograder Bahnen nach den verschiedenen Modellen

In der vorliegenden Analyse der Inklinationsverteilungsdichte ist der Anteil der retrograden Bahnen bisher nicht berücksichtigt worden. Die isotrope Komponente der Inklinationsverteilungsdichte, die eine orientierungslose Verteilung der Bahnen über die Himmelssphäre anzeigt, enthält konsequenterweise zur Hälfte retrograde Bahnen ($i > 90^\circ$). Die Verteilungsdichte der auf retrograde Bahnen erweiterten isotropen Komponente lautet dann:

$$2/\pi f(\pi/2)/2 \sin i, \quad i \in [0^\circ, 180^\circ]$$

Da die Verteilungsdichte retrograder Bahnen gerade ekliptikalen Beobachtungen gegenübergestellt werden soll, ist es sinnvoll, deren Anteil in der ekliptikalen Ebene zu bestimmen. Bei einem Gewicht der Bahnen von $1/\sin i$ wird der Anteil der durch retrograde Bahnen in der ekliptikalen Ebene erzeugten Anzahldichte:

$$f(\pi/2)/\pi \int_{\pi/2}^{\pi/2} di = f(\pi/2)/2 \quad (8.7.1.A)$$

Bei den **klassischen Modellen** erzeugt die retrograde Komponente im Fall des **Ellipsoid-Modells** $\sim 4\%$ der Anzahldichte. Demgegenüber verlangt die breitere Verteilungsdichte nach dem **Fächer-Modell** $\sim 6\%$. Das **aufgeblasene Ellipsoid-Modell** übertreibt den Anteil retrograder Bahnen gegenüber seinem Original, dem **Fächer-Modell**, mit $\sim 7\%$ leicht. Das **komprimierte Fächer-Modell** hingegen besitzt einen geringeren Anteil $\sim 3\%$ gegenüber seinem Vorbild dem **Ellipsoid-Modell**.

Die **Polkugel-Modelle** verlangen entsprechend ihrer starken isotropen Komponente auch, daß $\sim 8\%$ der Teilchenanzahldichte beim **Original-Sombrero-** und **Polkugel-Fächer-Modell** sowie sogar $\sim 10\%$ der Dichte beim **optimalen Sombrero-Modell** durch retrograde Bahnen gebildet werden. Innerhalb der Klasse der **Polloch-Modelle** erzeugen die retrograden Bahnen des

komprimierten Fächer-Modells und des ihm ähnlichen moderaten Fächer-Modells $\sim 3\%$, des visuellen extremen Fächer-Modells $\sim 2\%$ und des infraroten extremen Fächer-Modells $\sim 1\%$ der ekliptikaln Partikelkonzentration entsprechend der geringen Teilchenkonzentrationen an den Polen. Das Polloch-Fächer-Modell kennt überhaupt keine retrograden Bahnen, da seine polare Teilchendichte völlig verschwindet.

8.7.2. Beobachtungen retrograder Bahnen

Es ist schon herausgestellt worden (5.3.1.), daß die Teilchenanzahldichte die Orientierung der Bahnen nicht berücksichtigt. Auskunft darüber können beispielsweise Mikrometeoritendetektoren, die Staubströme und so auch die Orientierung der Bahnen messen, geben. Auch die Dopplerverschiebungen der Fraunhoferlinien des an den Staubteilchen gestreuten Sonnenlichtes können über die Orientierung der Partikeln Auskunft geben. Eine nähere Diskussion dieses Effektes wird unter 9.1. folgen.

Detektion von Partikeln auf retrograden Bahnen mit Mikrometeoritendetektoren

Alle Mikrometeoritenexperimente mit einer Ausnahme geben keine Detektion retrograder Bahnen an (Grün et al., 1980; Grün and Zook, 1980). Lediglich die in 4. schon zitierten Messungen von PIONEER-Satelliten weisen auf retrograde Bahnen innerhalb einer vollständig isotropen Teilchenwolke hin.

Dieser geringe oder verschwindende Anteil retrograder Bahnen sollte nicht Folge eines Auswahl-effektes sein, da die Beobachtungswahrscheinlichkeit retrograder Bahnen im Vergleich zu prograden aufgrund der großen Relativgeschwindigkeit gegenüber den sich in prograder Orientierung bewegendenden Sonden höher ist. McDonnell (McDonnell, 1978) gibt für das Verhältnis der Wahrscheinlichkeiten, eine Partikel auf retrogradem Orbit gegenüber eine auf progradem zu beobachten, mit 10:1 an.

Außerdem quantifiziert McDonnell den Anteil von Teilchen mit $m > 10^{-13}g$ auf retrograden Bahnen am gesamten interplanetaren Staubkomplex zu 5%. Diese Zahl läßt sich nur schwer auf die hier diskutierten Verhältnisse des zodiakalen Staubkomplexes aus verschiedenen Gründen übertragen. Wesentlich von diesen ist, daß die zodiakalen Partikeln nur einen Ausschnitt im

gesamten Teilchenspektrums belegen. Die Dynamik der Partikeln in diesem gesamten Spektrum ist aber sehr unterschiedlich (vgl. 8.7.3.).

Retrograde Bahnen in Dopplerverschiebungen der Fraunhoferlinien

Alle Experimentatoren und Analytiker kommen aufgrund der Messungen der Dopplerverschiebungen von Fraunhoferlinien einhellig zu dem Urteil, daß keine oder nur eine verschwindende Anzahl von Partikeln im Zustand retrograder Bewegung ist (East and Reay, 1984; Fried, 1977; Hicks et al., 1974; James and Smeethe, 1970; Reay and Ring, 1968). James und Smeethe (James and Smeethe, 1970) gehen davon aus, daß die retrograden Bahnen wenigstens 5% der Anzahldicke ekliptikaler Breite erzeugen müssen, um als Dopplerverschiebung detektierbar zu sein.

8.7.3. Dynamische Untersuchungen über die Existenz retrograder Bahnen

Einen Hinweis zur Erklärung des verschwindenden Anteils retrograder Bahnen gibt eine Untersuchung über die Quellen der zodiakalen Partikeln. Wir gehen wieder davon aus, daß die meteoroidischen Partikeln durch Kollisionen die zodiakale Staubwolke auffüllen. Gemäß Cep-lecha (Cep-lecha, 1977, 1987) gibt es zwei Klassen von Meteoroiden, die isotrop über die Sphäre verteilt sind. Das sind die C2- und C3-Meteoroiden. Die C2-Meteoroiden besitzen Exzentrizitäten zwischen 0,60 und 0,77, während die C3-Meteoroiden Exzentrizitäten von 0,99 besitzen. Außerdem haben die C2-Meteoroiden erst unter der Klasse der kleinsten Meteoroiden ($2 \cdot 10^{-5} \text{ g} \leq m \leq 5 \cdot 10^{-3} \text{ g}$), einen Anteil von mehr als 10% aller beobachteten Meteoroiden. Die C3-Meteoroiden besitzen für alle Klassen ($m \geq 2 \cdot 10^{-5} \text{ g}$) einen Anteil von mehr als 10% aller detektierten Meteoroiden. Beide Klassen von Partikeln werden als reguläres kometares Material mit einer Materialdicke von $d = 0,75 \text{ g/cm}^3$ eingestuft. Aufgrund der hohen Konzentration der zodiakalen Partikeln nahe der Sonne, die als Projektile zur Zertrümmerung der meteoroidischen Partikeln dienen, und der hohen relativen Geschwindigkeit der Partikeln nahe der Sonne, wo sich die Partikeln in ihrem Perihel befinden, ist es sinnvoll anzunehmen, daß die meteoroidischen Partikeln in ihrem Perihel zertrümmert werden. Dies deckt sich auch mit den Vorstellungen von Grün und Zook (Grün and Zook, 1980).

Mit der Zertrümmerung der meteoroidischen Mutterkörper sind Fragmente produziert worden, auf die gemäß (5.1.A), wonach $B \sim 1/s$ ist, eine

geringere effektive Gravitationskraft einwirkt. Da die Trümmer im wesentlichen dieselbe heliozentrische Geschwindigkeit wie die Mutterkörper besitzen, kann ihre kinetische Energie unter der reduzierten potentiellen Energie (vgl. 5.1.D) ausreichen, um ungebundene Bahnen zu beschreiben.

Bei einer Zerstörung der meteoroidischen Körper in ihrem Perizentrum liegen gebundene Bahnen der Fragmente vor, wenn für die Exzentrizität e der Mutterkörperbahn gilt (vgl. Harwit, 1963; Dohnanyi, 1978):

$$1-e < B = c_B Q_{PR}/d \quad 1/s \quad (8.7.3.A)$$

B ist das Verhältnis von Strahlungsdruckkraft zu Gravitationskraft der Trümmer, welche gemäß (5.1.A) proportional dem Quotienten aus den Materialeigenschaften der Trümmer Q_{PR}/d ist.

Die Dichte d wird als identisch der der Mutterpartikeln angenommen. Besonders die Ergebnisse der Satellitenmissionen GIOTTO zum Kometen Halley sowie die erdgebundenen Beobachtungen des Halley-Watch haben gezeigt, daß kometare Materie außerordentlich dunkel ist. Im Sinne der geometrischen Albedo findet Hanner (1986) $A_{180^\circ} = 0,05$ bis $A_{180^\circ} = 0,04$ bei einer Wellenlänge von $1,25 \mu m$. Dies steht gut in Einklang mit den Ergebnissen der Kometenkernbeobachtungen durch die Halley-Multicolour-Camera, die Beobachtungen über den gesamten Spektralbereich von 300 nm bis 1000 nm ausgeführt hat, aus denen man einen Wert $A_{180^\circ} = 0,04$ findet (Keller et al., 1986). Es erscheint daher sinnvoll, einen Wirkungsfaktor $Q_{RP} = 1$ für eine vollständig absorbierende Oberfläche anzunehmen. Gerade die Ergebnisse der Halley-Kamera weisen auch darauf hin, daß die Konstanz von Q_{RP} über das gesamte solare Spektrum realistisch ist.

Die Abb. 8.7.3.a. zeigt die durch (8.7.3.A) beschriebenen Verhältnisse in einem Diagramm, dessen Abszisse den Radius s und dessen Ordinate die Größe $(1-e)$, beide in logarithmischer Darstellung, tragen. Die gebundenen Zustände liegen unterhalb und die ungebundenen Zustände oberhalb der Geraden mit konstantem Verhältnis Q_{PR}/d . Die Schar der parallelen Geraden unterscheidet sich nur im Verhältnis Q_{RP}/d voneinander (d ist in Einheiten des cgs-Systems gegeben).

Aufgrund der schwächeren Kopplung an die Sonne bei $Q_{RP}/d = 2$ werden ungebundene Zustände für einen gegebenen Partikelradius s bei geringfügigeren Exzentrizitäten erreicht als in den Fällen $Q_{RP}/d = 1$ oder $Q_{RP}/d = 0,5$. Besonderes Interesse besitzt der hier vorliegende Fall $Q_{RP}/d = 1/0,75$. Danach beschreiben Fragmente der Kollisionen, deren Größe im zodiakalen Spektrum ($10 \mu\text{m} - 100 \mu\text{m}$) liegt, aus C3-Meteoroiden gebundene Bahnen, während die aus C2-Meteoroiden ungebundene Bahnen besitzen und das Sonnensystem verlassen. Daher ist der Zugewinn an isotropen Bahnen weitaus geringer als der aus Bahnen geringerer Inklination, die meist moderate Exzentrizitäten besitzen. Einige typische Meteorströme sind in Abb. 8.7.3.a. auch aufgeführt (vgl. Cook, 1973).

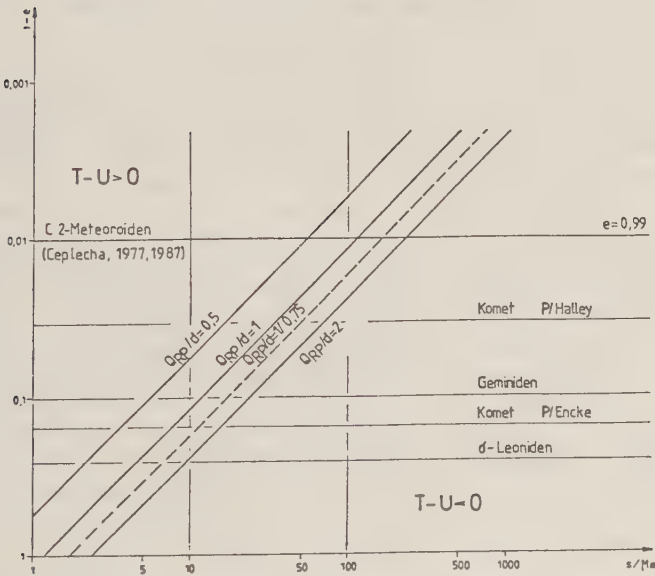


Abb. 8.7.3.a.:

Die Schar paralleler Geraden gibt die obere Grenze für gebundene Zustände der Partikeln ($T-U < 0$) an, die in ihrem Perihel ins Sonnensystem gegeben werden, in Abhängigkeit vom Partikelradius s bei einer Exzentrizität e . Die Geraden unterscheiden sich im Verhältnis Q_{RP}/d . Es werden die Exzentrizitäten verschiedener interplanetarer Partikeln angegeben. Besonders ausgezeichnet ist das Spektrum ($10 \mu\text{m} \leq s \leq 100 \mu\text{m}$) des zodiakalen Staubes.

Zusammenfassung

Die Inklinationsverteilungsdichten aller genannten Modelle werden von uns gemäß der Methoden von 7. zum ersten Mal entwickelt und diskutiert. Die Inklinationsverteilungsdichten der Mehrfachkelch-Modelle führen zu unphysikalischen negativen Verteilungsdichten, da ihre Anzahldichten innerhalb bestimmter Breitenintervalle die Mindestdichte unterschreiten.

Die Inklinationsverteilungsdichten der übrigen Modelle stellen eine Superposition dar aus einer isotropen Hintergrundkomponente, die zur Hälfte retrograde Bahnen enthält, und einer Verteilungsdichte, die ein ekliptiknahes Maximum enthält, das auch Maximum der gesamten Verteilung ist.

Allgemein läßt sich die Lage des ekliptiknahen Maximums sowie die Gestalt der Verteilung aus den Isodensen der Anzahldichten verstehen: Entsprechend der stark zur ekliptikalen Ebene hin konzentrierten Anzahldichte des Ellipsoids und des weit über diese Ebene reichenden "klassischen" Fächers bewegt sich die Inklination des Verteilungsmaximums zwischen $i_{\max} \approx 6,5^\circ$ einer schmalen Verteilungsdichtefunktion des Ellipsoids und $i_{\max} \approx 15^\circ$ einer breiten Funktion des klassischen Fächers.

Keine der zodiakalen Inklinationsverteilungsdichten ist identisch mit der der Quellenkörper, der meteoroidischen Partikeln ($i_{\max} \approx 23^\circ$), die noch breiter ist als die des klassischen Fächers. Damit weisen wir auch die vorhandene Vorstellung zurück, nach der die zodiakale Verteilung mit der meteoroidischen identifiziert wird.

Allgemein bis auf den optimalen Sombrero besitzen die zodiakalen Verteilungen auch eine geringere isotrope bzw. retrograde Komponente als die meteoroidische. Keine bzw. eine geringe retrograde Komponente ist konsistent mit den Resultaten aus Experimenten mit Mikrometeoriteneinschlagsdetektoren und den Beobachtungen der Dopplerverschiebung von Fraunhoferlinien im am Staub gestreuten Sonnenlicht (vgl. 9.). Wir geben auch einen Hinweis zur Erklärung der Unterschiede in den Inklinationsverteilungsdichten: Die aus Kollisionen vieler meteoroidischer Partikeln auf retrograden Bahnen (C2-Meteoroiden) stammenden Fragmente werden durch den solaren Strahlungsdruck aus dem Sonnensystem "herausgeblasen". Entsprechend diesen Betrachtungen ist der geforderte Anteil retrograder Bahnen im optimalen Sombrero zu groß, so daß es keine befriedigende Darstellung der zodiakalen Anzahldichte darstellt. Dies bestätigt die Kritik an diesem Polkugel-Modell, die aus dem Vorbehalt gegenüber der Zuverlässigkeit der sonnennahen Beobachtungen kommt (vgl. 2. und 3.).

So werden der optimale Sombrero und die Mehrfachkelche bei den folgenden Modellrechnungen nicht berücksichtigt (vgl. 11. und 12.).

9. DIE BESTIMMUNG DER EXZENTRIZITÄTSVERTEILUNG

Zunächst fassen wir die wichtigsten Tatsachen über die Verteilung der Exzentrizitäten zusammen. Durch die Kenntnis der modelltypischen Verteilungen der Großen Halbachsen und Inklination und der optischen Eigenschaften - differentielle Streufunktion - liegen die wichtigsten Voraussetzungen vor, um die Dopplerverschiebungen der Fraunhoferlinien des am Staub gestreuten Sonnenlichtes zu analysieren. Dieser Analyse folgen einige Überlegungen zu der aus der Verteilung der Quellen resultierenden Verteilung der Exzentrizitäten von zodiakalen Partikelbahnen. Abschließend untersuchen wir die Verteilung der Exzentrizitäten zodiakaler Bahnen, wie sie sich dynamisch aus den Bahnen ihrer Quellen entwickeln.

Im Fall eines Dichteabfalls mit dem Exponenten $\nu = 1$ ist bereits gezeigt worden, daß eine solche Dichteverteilung kreisförmige Keplerbahnen und damit eine Exzentrizität $e = 0$ unterstellt. D.h. in den Fällen der dreidimensionalen Anzahldichte nach den Modellen beispielsweise von Lamy und Perrin (Lamy and Perrin, 1986) sowie Murdock und Price (Murdock and Price, 1985) ist konsequenterweise eine Exzentrizität der Bahnen von $e = 0$ anzunehmen. In den Fällen hingegen, in denen die Konzentration der zodiakalen Teilchen mit Exponenten $\nu > 1$ beschrieben wird, lassen sich keine eindeutigen Exzentrizitäten der Teilchenbahnen ableiten, so daß besonders hier Beobachtungsbefunde über die Verteilung der Exzentrizitäten verlangt sind. Das Mikrometeoritenexperiment auf den HELIOS-Satelliten (Grün et al., 1980) bevorzugt für die Partikeln, die etwas kleiner als die zodiakalen Staubpartikeln sind, recht geringe Exzentrizitäten mit einem Mittelwert $\langle e \rangle \approx 0,2$. Ein experimenteller Befund über die Exzentrizitäten des zodiakalen Staubes liegt gegenwärtig aber unmittelbar nicht vor.

9.1. Exzentrizitäten abgeleitet aus Dopplerverschiebungen der Fraunhoferlinien

Die hier gebotene Darstellung behandelt zunächst die Dopplerverschiebung der Fraunhoferlinien durch die Bewegung eines Staubeilchens bezüglich eines terrestrischen Beobachters, dann die eines Ensembles von Teilchen in einem Volumenelement, um schließlich die Integration der Dopplerverschiebungen aller Volumenelemente über den Sehstrahl auszuführen. Die meisten Arbeiten behandeln nur den Fall kreisförmiger Bahnen (vgl. Ingham, 1963). Eine Ausnahme bildet die Arbeit von Bandermann und Wolstencroft (Bandermann und Wolstencroft, 1969). Leider sind aufgrund der Kürze dieser

Darstellung nicht alle Schritte nachzuvollziehen. Überdies wird dort eine isotrope Streufunktion verwendet, welche die Verhältnisse des zodiakalen Staubes nur wenig trifft, so daß ein Bedürfnis nach erneuter Entwicklung dieser Zusammenhänge besteht. Schließlich sei auch vermerkt, daß Levasseur-Regourd und Dumont (Dumont, 1983; Dumont and Levasseur-Regourd, 1985a) für lokale Gebiete zu Aussagen über die dynamische Struktur der zodiakalen Wolke kommen.

9.1.1. Dopplerverschiebungen durch ein Teilchen

Die Abb. 9.1.1.a. zeigt Teilchen auf einer elliptischen Bahn um das solare Zentrum, während der terrestrische Beobachter die Sonne auf einer

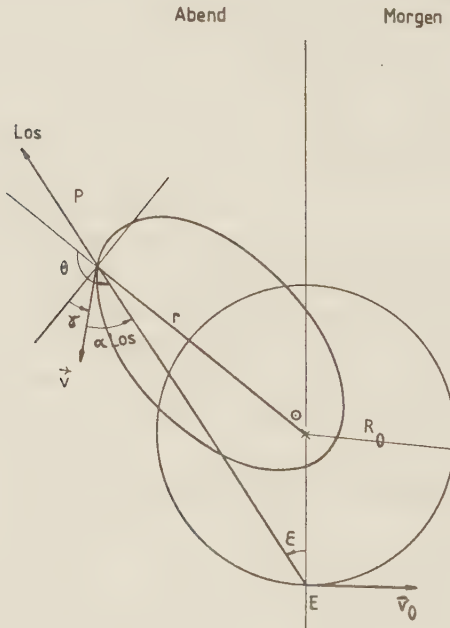


Abb. 9.1.1.a.:

Ein Teilchen P im Abstand r zur Sonne o umläuft diese auf einer elliptischen Bahn innerhalb der ekliptikalen Ebene. Ein Beobachter E auf einer kreisförmigen Erdbahn im Abstand R_0 mit der Geschwindigkeit $\vec{v}_0$ sieht die Partikel entlang des Sehstrahls LOS mit einer Elongation ϵ , so daß ihm das Sonnenlicht unter einem Streuwinkel θ von der Partikel zugestreut wird. Für die Bestimmung der Dopplerverschiebung der Fraunhoferlinien ist die Relativgeschwindigkeit entlang der solaren und in der Sehstrahl-Richtung wichtig, so daß der bekannte Winkel γ und die Projektion der Partikelgeschwindigkeit $\vec{v}$ charakterisiert durch den Winkel α_{LOS} gezeigt werden.

kreisförmigen Bahn umläuft. Beide Bahnen liegen hier in der ekliptikalen Ebene, was für den zodiakalen Staub im allgemeinen nicht der Fall ist. Die folgenden Betrachtungen behandeln die Verschiebung der besseren Vorstellung wegen als Verschiebung von Emissionslinien. Dies ist später entsprechend auf Absorptionslinien anzuwenden. Im allgemeinen schreibt man für die Dopplerverschiebung

$$\Delta\lambda = \pm \lambda/c \Delta v \quad (9.1.1.A)$$

Darin ist λ die Wellenlänge des Senders, c die Lichtgeschwindigkeit und Δv der Betrag der Relativgeschwindigkeit. Im folgenden werden die Dopplerverschiebungen in Einheiten des Quotienten λ/c dargestellt, d.h. es wird zunächst einfach die Relativgeschwindigkeit zwischen Sender und Empfänger aufgestellt.

Radiale Verschiebung

Nun empfängt ein Teilchen ein solares Lichtsignal, das auf der Photosphäre mit einer Wellenlänge λ emittiert wird, mit einer etwas verschiedenen Wellenlänge, wenn es eine radiale Geschwindigkeitskomponente besitzt.

Ist $v \sin \gamma$ die radiale Komponente der Geschwindigkeit, wo die Geschwindigkeit v und der Winkel γ für das Abweichen von der transversalen Richtung durch den Ort r und die Bahnelemente Große Halbachse a und Exzentrizität e der Partikel gegeben sind (vgl. 5.), dann ist die Dopplerverschiebung proportional Δv_r mit

$$\Delta v_r = \pm v \sin \gamma \quad (9.1.1.B)$$

Das Vorzeichen ist für Teilchen, die zum Perihel laufen (Die Partikeln laufen einwärts!), negativ. Es findet eine Blauverschiebung in der Wellenlänge des empfangenen Signals statt. Entsprechend bewirken die Partikeln, die sich von ihrem Perihel entfernen, eine Rotverschiebung des empfangenen Signals. Dementsprechend ist das Vorzeichen in (9.1.1.B) positiv.

Verschiebung aufgrund der Relativgeschwindigkeit zwischen Teilchen und irdischem Beobachter entlang des Sehstrahls

Das Teilchen wirkt seinerseits als Sender, indem es dem terrestrischen

Beobachter einen Teil des empfangenen Sonnenlichtes entlang des Sehstrahls zustreut. Die Dopplerverschiebung ist in diesem Fall proportional der Relativgeschwindigkeit zwischen Teilchen und Beobachter in Richtung des Sehstrahls, der bei den hier relevanten Beobachtungen immer innerhalb der ekliptikalen Ebene liegt.

Diese Relativgeschwindigkeit setzt sich zusammen aus der Projektion der Teilchengeschwindigkeit auf die Richtung des Sehstrahls und die Projektion der Erdbahngeschwindigkeit auf dieselbe Richtung.

Da der Sehstrahl in der Ekliptik liegt, ist die Projektion der Teilchengeschwindigkeit einmal ihre ekliptikale $v \cos i$ mit der Bahninklination i und deren Projektion $\cos \alpha_{LOS}$ auf den Sehstrahl, wenn α_{LOS} den Winkel zwischen ekliptikaler Komponente der Teilchengeschwindigkeit mit dem Sehstrahl bezeichnet. Der Winkel $\cos \alpha_{LOS}$ läßt sich aus dem Streuwinkel θ und dem Winkel γ ermitteln.

Die Projektion der Erdbahngeschwindigkeit v_0 auf die Richtung des Sehstrahls ist einfach $v_0 \sin \epsilon$. Dann ist dieser Anteil der Dopplerverschiebung proportional zu Δv_{LOS} mit

$$\Delta v_{LOS} = \pm (v \cos i \cos \alpha_{LOS} \pm v_0 \sin \epsilon) \quad (9.1.1.C)$$

Im Fall prograder Teilchenbahnen ist das Vorzeichen vor dem Anteil der Erdbahngeschwindigkeit negativ. Liegen retrograde Bahnen der Partikeln vor, so eilen Partikeln und Beobachter einander zu, und es liegt ein positives Vorzeichen vor. Das Vorzeichen vor dem Klammerausdruck ist positiv im Morgensehstrahl. Vom Beobachter fliehende Partikeln erzeugen eine Rötung. Im Abendsehstrahl bewirken die nahenden Partikeln eine Blauverschiebung, so daß das Vorzeichen negativ ist.

Gesamtverschiebung durch ein Teilchen

Es wird an dieser Stelle kein Ausdruck für die Gesamtverschiebung der Linien durch ein Teilchen angegeben, da dieser für den weiteren Fortgang ohne Belang ist, wie noch zu zeigen ist. Jedoch wird vorausgesetzt, daß sich die gesamte Dopplerverschiebung einfach als Summe beider unter Berücksichtigung ihrer Vorzeichen ergibt. D.h. es wird unterdrückt, daß die Verschiebung längs des Sehstrahls λ_{LOS} eine Verschiebung ist, die auf

eine schon verschobene λ_r Linie wirkt mit

$$\lambda_r = \lambda \pm \lambda/c \Delta v_r \quad (9.1.1.D)$$

Dann ist die zweite Verschiebung $\Delta\lambda_{LOS}$

$$\begin{aligned} \Delta\lambda_{LOS} &= \lambda_r/c \Delta v_{LOS} \\ &= \lambda/c (1 \pm \Delta v_r/c) \Delta v_{LOS} \end{aligned} \quad (9.1.1.E)$$

Da Δv_r und Δv_{LOS} von der Größenordnung ~ 10 km/s sind, läßt sich $\Delta v_r \Delta v_{LOS}/c^2$ vernachlässigen, und (9.1.1.E) wird:

$$\approx \lambda/c \Delta v_{LOS} \quad (9.1.1.F)$$

Damit wird die gesamte Verschiebung durch ein Teilchen $\Delta\lambda$ allgemein:

$$\Delta\lambda = \lambda/c (\pm \Delta v_r \pm \Delta v_{LOS}) \quad (9.1.1.G)$$

In Wirklichkeit gibt aber jedes Volumenelement mit einem Ensemble von Teilchen Dopplerverschiebungen.

9.1.2. Typische Dopplerverschiebung eines Volumenelementes abgeleitet aus den Mittelwerten für die Bahnelemente

Aus den Mittelwerten der Bahnelemente in einem Volumenelement lassen sich typische Geschwindigkeiten und Dopplerverschiebungen der Volumenelemente ableiten.

Mittelwert der Großen Halbachse

Zur Berechnung des Mittelwertes der Großen Halbachsen am Ort r aus den Momenten der gewichteten Verteilungsdichtefunktion benutzen wir die Darstellung des Bahnelementeintegrals gemäß (6.1.C), wobei aufgrund der Konstanz der Exzentrizität ($e = e_0$) eine Integration nach dieser unterbleibt. Außerdem machen wir Gebrauch von $\chi = 2-\nu$ gemäß (6.1.D).

$$\langle a \rangle_r = r \frac{\int_{-1}^{+1} \frac{(1-e_0 y)^{\nu-3}}{(1-y^2)^{1/2}} dy}{\int_{-1}^{+1} \frac{(1-e_0 y)^{\nu-2}}{(1-y^2)^{1/2}} dy} \quad (9.1.2.A)$$

Daher ist der Mittelwert der Großen Halbachsen $\langle a \rangle_r$ im Volumenelement am Ort r eine lineare Funktion des solaren Abstandes. Der Koeffizient der linearen Funktion $\langle a \rangle_0$ ist parametrisiert durch die Exzentrizität e_0 und den Exponenten der radialen Dichteverteilung ν .

Typischer Betrag der Geschwindigkeit und typischer Winkel für das Abweichen von der transversalen Richtung

Mit dem Mittelwert $\langle a \rangle_r = r \langle a \rangle_0$ wird die typische Geschwindigkeit im Volumenelement am Ort r :

$$v = \mu^{1/2} (2/r - 1/\langle a \rangle_r) = \mu^{1/2} r^{1/2} (2 - 1/\langle a \rangle_0)^{1/2} \quad (9.1.2.B)$$

Auch die Geschwindigkeit wird auf diese Weise eine reziproke Funktion der Wurzel des solaren Abstandes r .

Für den **typischen Winkel** γ , der den Unterschied in der Richtung der Geschwindigkeit von der Transversalen beschreibt, findet man:

$$\cos^2 \gamma = \frac{\langle a \rangle_r^2 (1-e_0^2)}{r (2\langle a \rangle_r - r)} = \frac{\langle a \rangle_0^2 (1-e_0^2)}{(2\langle a \rangle_0 - 1)} \quad (9.1.2.C)$$

Damit stellt dieser Winkel eine Konstante dar. In jedem Volumenelement weichen die Geschwindigkeiten dann von der transversalen Richtung um denselben Winkel γ bestimmt gemäß (9.1.2.C) ab.

Die Tabelle 9.1.2.α gibt einen Überblick des linearen Koeffizienten $\langle a \rangle_0$ der mittleren Großen Halbachsen (2.und 3.Spalte), des Faktors $(2-1/\langle a \rangle_0)^{1/2}$ (4.und 5.Spalte) und des Winkels (6.und 7.Spalte) γ in Abhängigkeit von der Exzentrizität e_0 (1.Spalte) für die verschiedenen

Exponenten des radialen Teilchendichteabfalls $\nu = 1$ und $1,3$.

Tabelle 9.1.2.α

e_0	$\langle a \rangle_0$		$(2 - 1/\langle a \rangle_0)^{1/2}$		$\gamma / ^\circ$	
	$\nu=1$	$\nu=1,3$	$\nu=1$	$\nu=1,3$	$\nu=1$	$\nu=1,3$
0	1	1	1	1	0	0
0,1	1,01	1,01	1	1	5,7	5,7
0,2	1,04	1,04	1,02	1,02	11,5	11,5
0,3	1,10	1,08	1,04	1,04	16,6	17,2
0,4	1,19	1,16	1,08	1,07	21,8	22,3
0,5	1,33	1,28	1,12	1,10	26,4	27,5
0,6	1,56	1,47	1,17	1,15	30,9	32,7
0,7	1,96	1,79	1,22	1,20	35	37,2
0,8	2,78	2,43	1,28	1,26	38,4	41,8
0,9	5,26	4,33	1,35	1,33	41,8	47

Für $e_0 = 0$ ist der lineare Koeffizient $\langle a \rangle_0 = 1$ und $\gamma = 0$, so wie man es für kreisförmige Bahnen auch erwartet. Bis zu Exzentrizitäten von $e_0 = 0,5$ sind alle Unterschiede zum kreisförmigen Fall recht moderat. Allgemein weicht im Fall größerer Exponenten ($\nu=1,3$) der Koeffizient $\langle a \rangle_0$ weniger von 1 ab als im Fall ($\nu=1$), da die Verteilungsfunktion der Großen Halbachsen $N(a)$ im Fall $\nu=1,3$ mit $N(a) \sim a^{0,7}$ flacher verläuft als die Verteilungsfunktion für $\nu=1$.

Die Abweichungen für den Winkel hingegen sind im Fall des Exponenten $\nu=1,3$ etwas größer ($\sim 47^\circ$) als im Fall $\nu=1$ ($\sim 42^\circ$).

Da die Projektion der Partikelgeschwindigkeit in die ekliptikale Ebene in die Bestimmung der Dopplerverschiebung eingeht, benötigen wir auch den Mittelwert der Inklinationen.

Mittelwerte der Inklination

Da wir uns hier für den Mittelwert der Inklinationen $\langle i \rangle$ am Ort der Ekliptik ($\beta_0=0$) interessieren, muß man die gewichtete Verteilungsfunktion $N^*(i) = N(i)/\sin i$ im Ausdruck (7.2.3.M) anstatt von $N(i)$ berücksichtigen.

Da Teilchen auf retrograden Bahnen stark unterschiedliche Dopplerverschiebungen im Vergleich zu Teilchen auf prograden Bahnen bewirken, ist

es sinnvoll, bei der Herstellung des Mittelwertes $\langle i \rangle_{\beta_{\odot}}$ nur Teilchen entweder auf prograden oder retrograden Bahnen zu berücksichtigen. Es wird also eigentlich unterstellt, daß beide Typen von Bahnen auflösbar getrennte Linienverschiebungen liefern (vgl. 9.1.4.). Die Teilchen auf retrograden Bahnen, die gemäß Kapitel 8.1. in einer isotropen Komponente ($N(i) \sim \sin i$) verteilt sind, besitzen einen Mittelwert $\langle i \rangle_{\beta_{\odot}=0} = 45^\circ$. Der Mittelwert der prograden Komponente bewegt sich je nach dreidimensionaler Verteilung $f(\beta_{\odot})$ zwischen $\sim 10^\circ$ bei einer stark zur Ekliptik hin konzentrierten Verteilung $N(i)$, wie z.B. im Fall des Dichtemodells von Lamy und Perrin (Lamy und Perrin, 1986), und $\sim 15^\circ$ bei einer höhere Inklinationen favorisierende Verteilung $N(i)$, so bei Leinert et al. (Leinert et al., 1981).

Typische Dopplerverschiebung des Volumelementes

Will man nun aus diesen Größen die Dopplerverschiebungen (in Einheiten von c/λ) der Volumelemente bestimmen, so muß man bedenken, daß dieses Element von 4 Flüssen der Teilchenklasse mit den mittleren Bahnelementen ($\langle a \rangle_r$, $e_{\odot}$, $\langle i \rangle_{\beta_{\odot}}$) durchsetzt wird, nämlich Teilchen, die einwärts in der Richtung ihrer Geschwindigkeit orientiert sind sowie welchen, die sich im aufsteigenden und absteigenden Knoten befinden. Da aber die ekliptikale Komponente im letzten Fall gleich ist, nämlich $\cos \langle i \rangle$, reduziert sich die Anzahl der Flüsse auf 2. In diesem Kapitel wird der ekliptikale Mittelwert nicht mehr besonders gekennzeichnet. Wir schreiben einfach $\langle i \rangle$.

Da das Volumelement im Mittel gleichviele Teilchen enthält, die nach innen und nach außen laufen, ergibt die radiale Geschwindigkeitskomponente im Volumelement eine ebenso große Blau- wie Rotverschiebung, so daß sich die Linie verbreitert, aber ihr Schwerpunkt nicht verschoben wird. Dieser Anteil wird im folgenden nicht mehr berücksichtigt (vgl. auch die Diskussion 5.2.).

Der Mittelwert vom Kosinus des Winkels α_{LOS} für die beiden Fälle einwärts- und auswärtslaufender Partikeln wird dann:

$$1/2 (\sin(\theta - \langle \gamma \rangle) + \sin(\theta + \langle \gamma \rangle)) = \sin \theta \cos \langle \gamma \rangle \quad (9.1.2.F)$$

Dies gilt für $\theta \leq 90^\circ$ und $\theta \geq 90^\circ$ gleichermaßen. Damit reduziert sich die

Dopplerverschiebung des Volumenelementes auf

$$\langle \Delta v \rangle = v \langle a \rangle_r \cos \langle i \rangle \sin \theta \cos \langle \gamma \rangle - v_0 \sin \epsilon \quad (9.1.2.G)$$

Bedenkt man weiter, daß

$$v \langle a \rangle_r \cos \langle \gamma \rangle = v_0 / (r/R_0)^{1/2} \langle a \rangle_0^{1/2} (1 - e_0^2)^{1/2} \quad (9.1.2.H)$$

ist, so erhält man für

$$\langle \Delta v \rangle = v_0 (1/(r/R_0))^{1/2} \langle a \rangle_0^{1/2} (1 - e_0^2)^{1/2} \cos \langle i \rangle \sin \theta - \sin \epsilon \quad (9.1.2.I)$$

Berücksichtigt man ferner die Relation $r = \sin \epsilon / \sin \theta R_0$, dann wird (9.1.2.I)

$$= v_0 / ((\sin \epsilon)^{1/2}) ((\langle a \rangle_0 (1 - e_0^2))^{1/2} \cos \langle i \rangle (\sin \theta)^{3/2} - (\sin \epsilon)^{3/2}) \quad (9.1.2.J)$$

Im Fall $e_0 = 0 (\langle a \rangle_0^{1/2} = 1)$ und $\langle i \rangle = 0^\circ$ reduziert sich dieser Term auf

$$= v_0 / ((\sin \epsilon)^{1/2}) ((\sin \theta)^{3/2} - (\sin \epsilon)^{3/2}) \quad (9.1.2.K)$$

Dies entspricht der von Ingham (Ingham, 1963) abgeleiteten Beziehung für $\langle \Delta v \rangle$, der nur den Fall kreisförmiger Bahnen ($e_0 = 0$) betrachtet.

Da sich die Mittelwerte für $\langle i \rangle$ zwischen $\sim 10^\circ$ und $\sim 15^\circ$ bewegen, ist der Einfluß der Inklination in (9.1.2.J) sehr gering. Da aber die Größe $\langle a \rangle_0$ mit steigender Exzentrizität auch wächst, so daß sich die Größe $(\langle a \rangle_0 (1 - e_0^2))^{1/2}$ kaum ändert, wird die Auflösung bezüglich der Exzentrizitäten ebenfalls schwierig, obwohl die Verhältnisse im Fall des Dichteexponenten $v = 1,3$ besser sein sollten als in Fällen $v < 1,3$.

Mit der Beziehung (9.1.2.J) sind aber erst die Voraussetzungen geschaffen, um den Anteil aller Dopplerverschiebungen der einzelnen Volumenelemente in ihrer Summation entlang des Sehstrahls des Beobachters zu berücksichtigen.

9.1.3. Integration der Dopplerverschiebungen aus den Volumenelementen entlang des Sehstrahls

Methode

Wie eben schon geäußert, erfaßt der Beobachter nicht nur die Dopplerverschiebungen aus einem Volumenelement, sondern aus allen, die entlang des Sehstrahls liegen. D.h. die Dopplerverschiebungen der einzelnen Volumenelemente sind mit den Helligkeiten dZ der Volumenelemente zu wichten. Allgemein findet man (Hicks et al., 1974; Ingham, 1963):

$$\langle \Delta \lambda \rangle = \frac{\int \Delta \lambda(Z) dZ}{\int dZ} \quad (9.1.3.A)$$

Liegen die beobachteten Fraunhoferlinien in der Umgebung der Wellenlänge V , dann lassen sich die Helligkeiten über die in Kapitel 2 dargestellten der Methoden berechnen. Unter Benutzung von (2.4.4.A) wird

$$\langle \Delta \lambda \rangle = \frac{\int_{\epsilon}^{\pi} \langle S(\theta) \rangle \sin^{\nu^*} \theta \Delta \lambda(\theta) d\theta}{\int_{\epsilon}^{\pi} \langle S(\theta) \rangle \sin^{\nu^*} \theta d\theta} \quad (9.1.3.B)$$

Darin ist $\langle S(\theta) \rangle$ dann in der Regel die Leinertsche Streufunktion, die sich auf die Wellenlänge $V = 550 \text{ nm}$ bezieht. Es ist an dieser Stelle sinnvoll daran zu erinnern, daß gemäß Kapitel 2.2.3. der Exponent ν^* auch als Summe des radialen Dichteabfalls ν und des Abfalls der Streufunktion μ mit $\nu^* = \nu + \mu$ begriffen werden kann. In diesem Fall sind die Bahnelemente gemäß dem Parameter ν zu bestimmen, und die Integration über den Sehstrahl nach dem Parameter ν^* auszuführen.

Für die verschiedenen Modelle über die Anzahldichtevertelung ist bei unterschiedlichen Exzentrizitäten e_0 die zu erwartende Dopplerverschiebung berechnet worden, um sie mit den experimentellen Daten vergleichen zu können.

Ergebnisse der Modellierung

Die Abb. 9.1.3.a. zeigt die Dopplerverschiebung $\langle \Delta \lambda \rangle$ für ein komprimiertes Fächermodell $f(\beta_0) = e^{-2,9|\sin \beta_0|}$ (Giese et al., 1986) bei einem Abfall der radialen Teilchendichte nach dem Exponenten $\nu=1,3$ in Abhängigkeit von der Elongation ϵ des Sehstrahls entlang der Ekliptik. Darunter, Abb. 9.1.3.b., präsentiert sich dieselbe Dichteverteilung mit $\nu^*=1,3$ und $\nu=1$. Die Abb. 9.1.3.c. zeigt die elongationsabhängigen Dopplerverschiebungen im Fall des zodiakalen Staubdichtemodells von Good et al. (Good et al., 1986): extremer Fächer (IR).

Es sind hier nur prograde Bahnen angenommen worden. Wie schon unter 9.1.2. vermutet, zeigen die modellierten Dopplerverschiebungen kaum eine

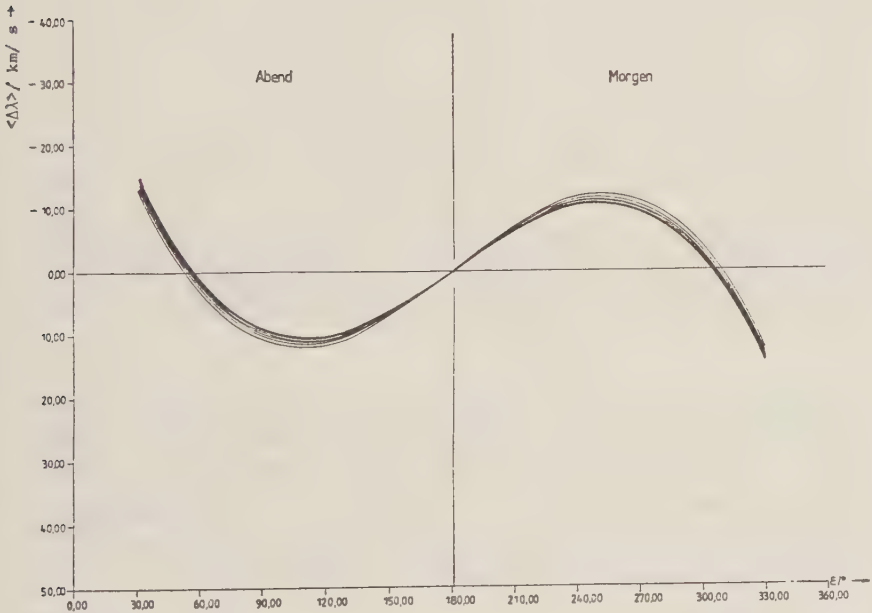


Abb. 9.1.3.a.:

Dopplerverschiebung $\langle \Delta \lambda \rangle$ in Abhängigkeit von der ekliptikal Elongation ϵ des Sehstrahls für $n(r, \beta) \sim r^{-1,3} e^{-2,9|\sin \beta|}$ (komprimiertes Fächermodell) unter Benutzung einer Streufunktion nach Leinert. Nur prograde Bahnen finden Berücksichtigung. Das breite Band enthält alle Verschiebungen für Exzentrizitäten $0 \leq e_0 \leq 0,7$. Lediglich bei Exzentrizitäten der Reihe nach von $e_0 = 0,8$ und $e_0 = 0,9$ unterscheiden sich die Dopplerverschiebungen deutlich.

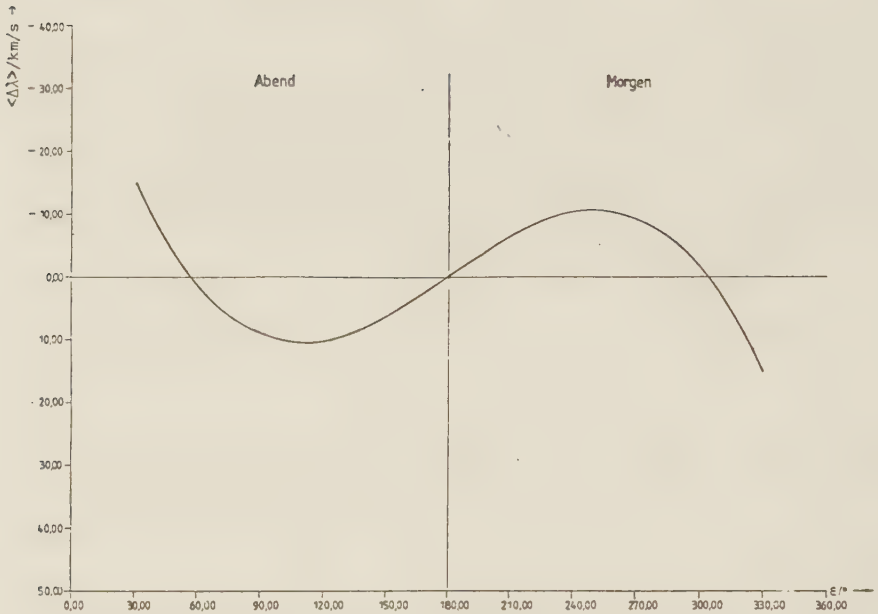


Abb. 9.1.3.b.:

Dopplerverschiebungen $\langle \Delta \lambda \rangle$ in Abhängigkeit von der ekliptikalen Elongation ϵ des Sehstrahls für $n(r, \beta) \sim r^{-1} e^{-2,9 |\sin \beta|}$ (komprimiertes Fächer-Modell unter Benutzung einer Streufunktion nach Leinert, die mit der solaren Distanz $r^{-0,3}$ variiert. Die dargestellte Kurve enthält alle Exzentrizitäten $0 \leq e_0 \leq 0,9$.

Abhängigkeit gegenüber der Variation in der mittleren Inklination $\langle i \rangle$ (Die Verschiebungen im Modell von Leinert et al. (Leinert et al., 1981) gegenüber denen des Modells von Lamy und Perrin (Lamy and Perrin, 1986) unterscheiden sich um weniger als 0,5 km/s). Daher sind diese drei Abbildungen repräsentativ auch für die anderen Modelle der Anzahldichte des interplanetaren Staubes entsprechend des radialen Anteils.

Im allgemeinen zeigen alle drei Fälle eine ähnliche Variation von $\langle \Delta \lambda \rangle$ in Abhängigkeit von der ekliptikalen Elongation. Die Verhältnisse im Morgensehstrahl liegen genau antisymmetrisch zu denen im Abendsehstrahl. Im Abendsehstrahl bewirken die Staubteilchen für kleine Elongationen $\epsilon < 60^\circ$ eine Blauverschiebung der Linien, die für $\epsilon \approx 30^\circ$ -15 km/s

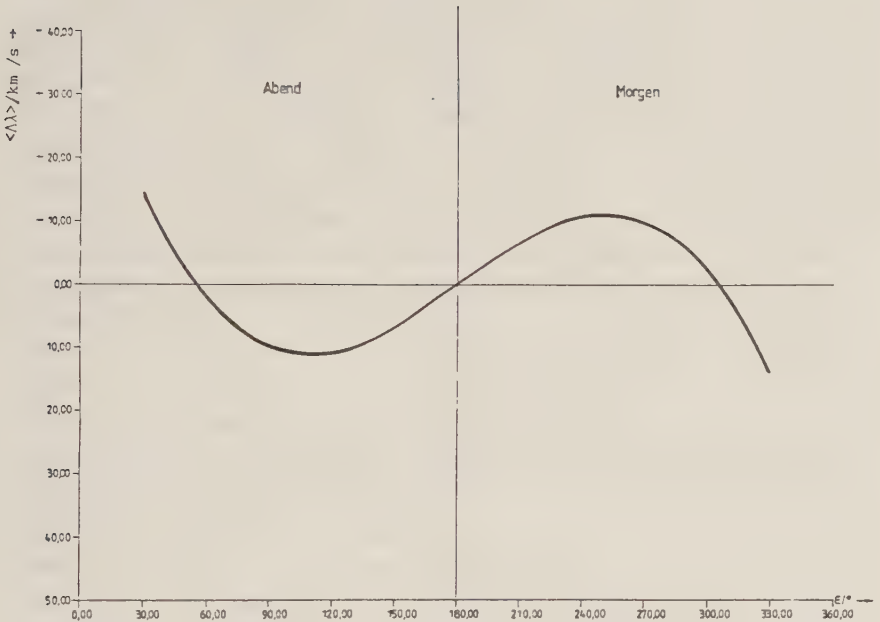


Abb. 9.1.3.c.:

Dopplerverschiebungen $\langle \Delta \lambda \rangle$ in Abhängigkeit der ekliptikalen Elongation ϵ des Sehstrahls für $n(r, \beta_0) \sim r^{-1,1} e^{-4,2 |\sin \beta_0|}$ (extremes Fächer-Modell (IR)) unter Benutzung einer Streufunktion nach Leinert. Das dargestellte Band enthält alle Exzentrizitäten $0 \leq e_0 \leq 0,9$.

erreicht, da die Geschwindigkeitskomponente der herannahenden Teilchen in Richtung des Sehstrahls die des fliehenden irdischen Beobachters im Mittel überwiegt (vgl. 9.1.2.J). Für größere Elongationen erreicht die Rotverschiebung bei $\epsilon \approx 110^\circ$ Werte von +10 km/s. Hier entfernt sich der irdische Beobachter im Mittel gegenüber den Geschwindigkeitskomponenten der Partikeln, die entlang des Sehstrahls liegen. Bei einer ekliptikalen Elongation $\epsilon = 180^\circ$ geben nach innen und nach außen laufende Partikeln betragsmäßig dieselbe Verschiebung in Richtung des Sehstrahls, aber mit entgegengesetzter Orientierung, so daß im ganzen keine Verschiebung resultiert.

Die Wirkung der Streufunktion läßt sich für große Elongationen $\epsilon \approx 60^\circ$ unmittelbar verstehen. Da die Streufunktion unter diesen Elongationen die erdnahen großen Geschwindigkeitskomponenten (Θ liegt hier in der Umgebung von 90° , wo die Streufunktion ein Minimum erreicht (vgl. 2.3.1.)) weniger stark wichtet, ist die gesamte mittlere Teilchengeschwindigkeit kleiner als gegenüber dem Fall einer isotropen Streufunktion. Da die Geschwindigkeit des Beobachters in beiden Fällen dieselbe ist, ist die Relativgeschwindigkeit zwischen den Partikeln im Sehstrahl und dem Beobachter im isotropen Fall geringer als im nichtisotropen. D.h. im nichtisotropen Fall entstehen größere Rotverschiebungen als im isotropen. Dies soll zur allgemeinen Charakterisierung der Dopplerverschiebungen genügen.

Im Fall $v=1$ (vgl. Abb. 9.1.3.b.) wird kein auflösbarer Unterschied der Dopplerverschiebungen in Abhängigkeit von den einzelnen Exzentrizitäten erreicht. Dies ist Folge dessen, daß die Wurzel $(\langle a \rangle_0 (1-e_0^2))^{1/2}$ in (9.1.2.J) bei $v=1$ kaum von 1 abweicht (vgl. Tab. 9.1.2.α). Da bei $v=1,1$ für größere Exzentrizitäten geringe Differenzen von $(\langle a \rangle_0 (1-e_0^2))^{1/2}$ zu 1 auftreten, erfolgt hier die Andeutung einer Auflösung (vgl. 9.1.3.c.). Erst im Fall $v=1,3$ unterscheiden sich die Dopplerverschiebungen von Teilchen auf Bahnen größerer Exzentrizität von denen kleinerer. Für größere Exzentrizitäten ist die Wurzel $(\langle a \rangle_0 (1-e_0^2))^{1/2}$ kleiner als bei geringen Exzentrizitäten, so daß größere Dopplerverschiebungen auftreten. Unter einer Elongation $\epsilon \approx 110^\circ$ ist $\langle \Delta \lambda (e_0=0) \rangle \approx 10,5$ km/s, $\langle \Delta \lambda (e_0=0,8) \rangle \approx 11,5$ km/s und $\langle \Delta \lambda (e_0=0,9) \rangle \approx 12$ km/s. Um dann wenigstens zwischen Exzentrizitäten von 0 und 0,9 unterscheiden zu können, sind Meßgenauigkeit von ~ 1 km/s verlangt. Diese Modellierungen sollen nun den Beobachtungen gegenübergestellt werden.

9.1.4. Beobachtungen

Methode

Für die Untersuchung der Dopplerverschiebung des zodiakalen Staubes hat sich besonders die Absorptionslinie des neutralen Magnesiums MgI 518,37nm (Schpoliski, 1974) als günstig erwiesen, nachdem man eine Kontamination der vorher verwandten Balmer-Linie H β 486,1nm durch die Emission des Nachthimmels nachweisen konnte (Clarke et al., 1967; Reay and Ring, 1968; Daehler et al., 1968; Reay and Ring, 1969). Diese Wahl ist insofern

glücklich, da die allgemein für das Zodiakallicht verwendeten Streufunktionen aus Beobachtungen entstammen, deren Filterzentrum bei $\lambda = 550\text{nm}$ (vgl. Fechtig et al., 1981) liegt. Gemäß (9.1.1.A) liegen die typischen Dopplerverschiebungen in der Größenordnung von $0,05\text{nm}$. Üblicherweise wird die Linie mittels eines Fabry-Perot-Interferometers ausgemessen. Abweichend davon benutzt Fried (Fried, 1978) ein Griffin-Spektrometer, welches die Messung vieler Linien auf einmal ermöglicht. Die empirische Verteilung wird durch eine Gaußverteilung genähert, deren Zentrum dann die Lage der verschobenen Wellenlänge angibt. Die Wahl der breiteren Gaußverteilung gegenüber der natürlichen Lorentzverteilung wird experimentell über die Faltung der Originalverteilung mit den instrumentellen Eigenschaften begründet. Es findet komplementär in der Beobachtung selbst seine Rechtfertigung, da sich das beobachtete Signal aus einer ganzen Reihe von wenig unterschiedenen Linien zusammensetzt. Die in der Beobachtung bestimmte mittlere Verschiebung rechtfertigt eigentlich erst die vorher aufgestellten Mittelwerte.

Daß es in diesem Mittelwert nicht sinnvoll ist, Dopplerverschiebungen von Teilchen auf prograden und retrograden Bahnen zusammenzufassen, zeigt eine Betrachtung über die Breite der Absorptionslinien. Die Absorptionsspektren besitzen typischerweise eine Halbwertsbreite von $0,14\text{nm}$ (East and Reay, 1984), so daß sich retrograde Bahnen, deren Verschiebung bei kleinen ekliptikalen Elongationen $\epsilon \approx 30^\circ$ um $0,15\text{nm}$ gegenüber den prograden abweicht, als eigene Absorptionslinie in der äußeren Flanke des Gaußprofils, bemerkbar machen sollten. Wie schon bemerkt, verlangen James und Smeethe (James and Smeethe, 1970), daß wenigstens 5% der ekliptikalen Dichte durch Bahnen mit retrograder Orientierung gebildet werden, um diese detektierbar zu machen.

Beobachtungsergebnisse

Berücksichtigt man hier die früheren Ergebnisse aus den Messungen an der H β -Fraunhoferlinie nicht, dann sind die ersten Messungen nur für Elongationen zwischen 25° und 45° durchgeführt worden (James and Smeethe, 1970). Ihre Ergebnisse sind im wesentlichen durch die Messungen von Hicks et al. (Hicks et al., 1974) bestätigt worden. Diese zeigen unter kleinen Elongationen Dopplerverschiebungen, die Teilchen entsprechen, die sich durchschnittlich mit einer Geschwindigkeit von $\sim 30\text{ km/s}$ auf den

terrestrischen Beobachter zubewegen. Bei ca. 60° Elongation findet man kaum eine Verschiebung. Während bei großen Elongationen ($\epsilon \approx 100^\circ$) die Teilchen im Mittel mit einer Geschwindigkeit bis zu ~ 15 km/s vom Beobachter fliehen. Auffällig ist die Rezession des Gegenseins mit ~ 12 km/s sowie die Erhöhung der Dopplerverschiebung im Morgensehstrahl ($360^\circ > \epsilon > 180^\circ$) gegenüber dem Abendsehstrahl ($180^\circ > \epsilon > 0^\circ$). Diese Morgen-Abend-Asymmetrie steht in Widerspruch zu der gut abgesicherten Rotationssymmetrie der zodiakalen Wolke (vgl. 5.2.). Auch die Rezession des Gegenseins, die ein Übergewicht von Partikeln auf sich ihrem Perizentrum entfernenden Bahnen verlangt, läßt sich mit einer symmetrischen Teilchendichte nicht vereinbaren. Leider geben die Beobachter keine Hinweise auf eine Kontamination der Linien durch Emissionen des Nachthimmels.

Fried (Fried, 1978) findet weder eine Morgen-Abend-Asymmetrie noch eine Rezession des Gegenseins. Außerdem verlangen seine Messungen nahe der Sonne ($\epsilon \approx 30^\circ$) Teilchengeschwindigkeiten von über ~ 40 km/s. Hingegen bestätigt werden die Messungen von Hicks et al. durch East und Reay (East and Reay, 1984), wobei der Fehler der Messungen gegenüber Hicks et al. reduziert ist. Allerdings verlangen East und Reay lediglich eine Rezession des Gegenseins von ~ 2 km/s (vgl. Abb. 9.1.4.a.).

Vergleich Beobachtung und Modellierung

Ein Ergebnis lassen alle Messungen erkennen: Retrograde Bahnen müßten im Abendsehstrahl Rotverschiebungen, die über einen Bereich von $\epsilon < 120^\circ$ Geschwindigkeiten von über 40 km/s entsprechen, aufweisen, was offensichtlich nicht der Fall ist.

Die abweichenden Messungen von Fried verlangen Teilchen nahe der Sonne auf hyperbolischen Bahnen (Fried, 1978). Da diese Messungen durch andere nicht reproduziert werden konnten, sollen die Friedschen Messungen hier nicht weiter betrachtet werden. Dementsprechend stehen die Messungen von East und Reay (East and Reay, 1984) im Vordergrund, die die anderen Messungen mit der geringsten Fehlerbreite reproduzieren.

Da sich ein Vergleich der Messungen zur Bestimmung der Exzentrizität e_0 mit den modellierten Fällen $v=1$ oder 1,1 erübrigt, bringt Abb. 9.1.4.a. nur den in Abb. 9.1.3.a. angesprochenen Fall $v=1,3$. Ohne weitere

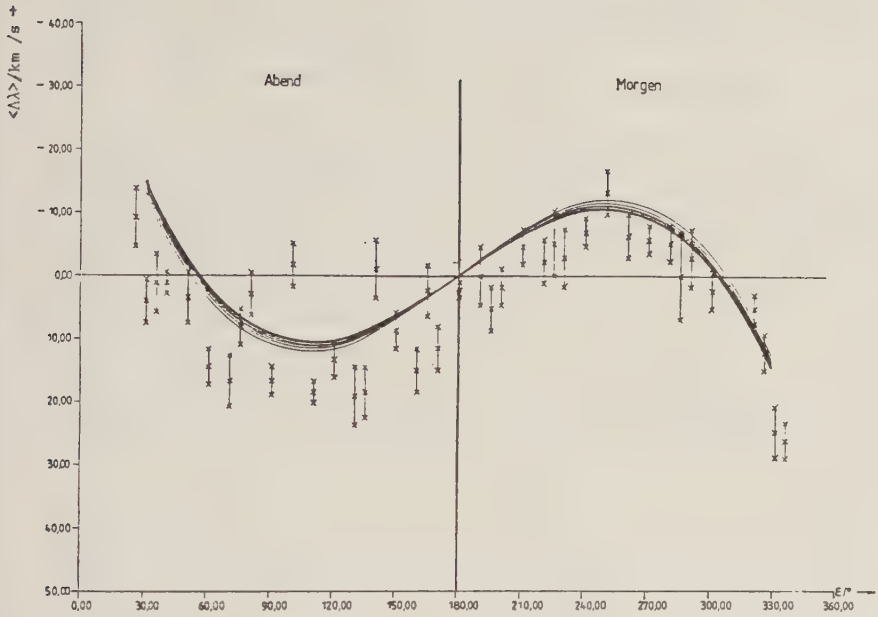


Abb. 9.1.4.a.:

Dopplerverschiebungen $\langle \Delta \lambda(x) \rangle$ mit ihren Meßfehlern $\Delta(\Delta \lambda)$ in Abhängigkeit von der ekliptikalischen Elongation nach Messungen von East and Reay. Die Kurven stellen wieder die Modellierung der Dopplerverschiebungen gemäß Abb.9.1.3.a. dar (nach East and Reay, 1984).

Auswertungsverfahren zu bemühen, schließen diese Messungen keine der Exzentrizitäten e_0 zwischen 0 und 0,9 aus. Man mag den Beobachtern (East and Reay, 1984) folgen, die nur den Fall $e_0=0$ bei einer isotropen Streufunktion untersucht haben, und eine Tendenz zu kreisförmigen Bahnen vermuten. Die Evidenz dieser Aussage kann man aber angesichts des vorgelegten Materials bezweifeln. Es ist aber anzumerken, daß auch Lévassieur-Regourd und Dumont auf der Grundlage dieser Beobachtungen finden, daß die Geschwindigkeiten im Bereich zwischen 0,5 AE und 1 AE von denen einer radialen Keplerbahn kaum abweichen (Dumont and Lévassieur-Regourd, 1985a). Die geringe Aussagefähigkeit der Dopplermessungen für die Bahnparameter wurde auch schon von Bander mann und Wolstencroft (Bander mann and Wolstencroft, 1968) festgestellt. Aussagen

über Exzentrizitäten der zodiakalen Wolke sind daher aus Überlegungen über die Verteilung der Quellen abzuleiten.

9.2. Die Quellen der zodiakalen Wolke und ihre Exzentrizitäten

Es war schon aufgezeigt worden, daß der Strahlungsdruck der solaren Strahlung Teilchen im Bereich des zodiakalen Größenspektrums, die sich auf hochexzentrischen Bahnen ($0,97 < e < 1$) befinden, aus dem Sonnensystem herausbläst. Langperiodische Kometen (Rahe, 1981) kommen daher als Quellen des zodiakalen Staubes nur sehr bedingt in Frage. So zeigt Fulle (Fulle, 1986), daß langperiodische Kometen nur unter sehr speziellen Bedingungen einen Beitrag liefern können. (U.a. verlangt er, daß große Teilchen ($B=0$) rückwärts zur Bewegungsrichtung des Kometen emittiert werden sollen, dann sollen gravitative Störungen diese großen Teilchen vor einer weiteren Kollision auf Bahnen geringerer Exzentrizität bringen.)

Als weitere Quelle werden kurzperiodische Kometen, deren Exzentrizitäten $e = 0,57$ (Rahe, 1981) ähnlich den (noch von Auswahlwirkungen belegten) Exzentrizitäten der meteoroidischen Partikeln $0,6 \leq e \leq 0,7$ (Cepilecha, 1987) sind, diskutiert. Dabei ist aber umstritten, ob die kurzperiodischen Kometen die Verluste der zodiakalen Wolke durch den Poynting-Robertson-Effekt überhaupt auffangen können, was eine zodiakale Wolke im Gleichgewichtszustand verlangt.

Darüber hinaus müssen auch Asteroide als mögliche Quellen angesehen werden, was umstritten ist (Dohnanyi, 1978). Ihre mittlere Exzentrizität wird mit $e \approx 0,15$ (Dohnanyi, 1972) angegeben.

Da sich die Teilchenproduktionsraten beider Quellen nicht bestimmen lassen, geben auch die Exzentrizitäten der Quellen keine Richtschnur für ihre Verteilung in der zodiakalen Wolke. Einen Anhaltspunkt für die Verteilung der Exzentrizitäten der Partikeln in der zodiakalen Wolke gibt die folgende Betrachtung. Wird die Lebensdauer einer Partikel durch die Zeit T bestimmt, die sie braucht, um in die Sonne zu spiralen, dann zeigt die folgende Tabelle jeweils das Verhältnis der Zeiten, die benötigt werden zur Reduktion der Exzentrizitäten von einer Ausgangsexzentrizität

auf eine kleinere, zur Lebensdauer T . Diese Rechnungen fußen wesentlich auf denen von Wyatt und Whipple (Wyatt and Whipple, 1950),

Tabelle 9.2.α.

e	$\frac{T(e>0)}{T} / \%$	$\frac{T(e>0,2)}{T} / \%$	$\frac{T(e>0,5)}{T} / \%$
0	-	-	-
0,1	18	-	-
0,2	32	-	-
0,3	45	18	-
0,4	55	33	-
0,5	63	46	-
0,6	71	57	21
0,7	78	67	39
0,8	84	76	57
0,9	90	86	74
0,95	94	91	83

Die erste Spalte zeigt die Exzentrizitäten der anfänglichen Teilchenbahnen. Die Teilchen spiralen aufgrund des Strahlungsdrucks und Sonnenwindes ins Innere des Sonnensystems. Die folgenden Spalten zeigen jeweils das Verhältnis der Dauer $T(e>e_0)$, während der sich das Teilchen auf Bahnen mit Exzentrizitäten $e>e_0$ ($e_0=0, 0,2, 0,5$) befindet, zur Gesamtlebensdauer T der Partikel, um in die Sonne zu spiralen.

Geht man davon aus, daß die mittleren Exzentrizitäten der Anfangsbahnen einen Wert von 0,6 nicht überschreiten, dann befinden sich ohne Rücksicht auf die räumliche Verteilung 21% der Partikel in Bahnen $e>0,5$, 57% in Bahnen mit $e>0,2$ und sogar 71% in Bahnen mit $e>0$. Ohne an dieser Stelle weitere Betrachtungen über die räumliche Verteilung der Exzentrizitäten, die ihrerseits dann wieder von einer der Quellen abhängig ist, vornehmen zu wollen, indiziert diese Diskussion, daß in einer Modellierung der Flußdichten der Einfluß der Exzentrizitäten zwischen 0 und 0,5 auf die Ergebnisse der Messungen zu studieren ist.

Zusammenfassung

Im Unterschied zu einer vorliegenden Arbeit haben wir die Dopplerverschiebung von Fraunhoferlinien der am zodiakalen Staub gestreuten solaren Strahlung für Beobachtungen ekliptikaler Blickrichtung durch Einführung eines ortsabhängigen Mittelwertes $\langle a \rangle$ der Großen Halbachsen, des typischen Winkels γ für ein Abweichen r von der transversalen Orientierung der Geschwindigkeit aufgrund der Exzentrizitäten und in Übereinstimmung mit anderen des ekliptikalen Mittelwertes für die Inklinationen abgeleitet. Dabei berücksichtigen wir zum ersten Mal die Streueigenschaften durch eine empirische Streufunktion (vgl. 2.). Die Rechnungen zeigen, daß die unterschiedlichen Inklinationsverteilungsdichten gemäß der verschiedenen Anzahldichteverteilungen wenig Einfluß auf die modellierten Dopplerverschiebungen haben, da die Dopplerverschiebungen besonders durch die ekliptikalen Bahnen produziert werden.

Auch der Einfluß der Exzentrizitäten macht sich erst für größere Exzentrizitäten $e > 0,7$ deutlich bemerkbar, sofern der Exponent $\nu = 1,3$ ist. Diese Unterschiede liegen aber jenseits der Auflösung der Beobachtungen, die ihrerseits unverständliche Ergebnisse wie die Morgen-Abend-Asymmetrie und die Fluchtbewegung des Gegenscheins liefern. Wir können lediglich den geringfügigen Anteil retrograder Bahnen bestätigen. Überlegungen über die Bewegung zodiakaler Partikeln unter dem Einfluß des Poynting-Robertson-Effektes, nachdem sie durch Zertrümmerung von Meteoroiden aus diesen entstanden sind, zeigen, daß bei den nachfolgenden Modellierungen Exzentrizitäten $0 \leq e \leq 0,5$ angesetzt werden müssen.

10. DIE BESTIMMUNG DER FLUSSDICHTEN INTERPLANETARER STAUBTEILCHEN AUS DEN BAHNVERTEILUNGEN FÜR EIN AUSSERHALB DER EKLIPTIKALEN EBENE FLIEGENDES RAUMFAHRZEUG

Mit den vorher aus der Dichteverteilung des Staubes gewonnenen Verteilungen der Bahnelemente ist es möglich, die zu den Dichteverteilungen gehörenden Flußdichten zu berechnen und die verschiedenen Modelle der Dichteverteilung über Mikrometeoriteneinschlagsdetektoren zu untersuchen. Wir geben einen Algorithmus zur Berechnung der Flußdichten für den Detektor eines außerhalb der ekliptikalen Ebene fliegenden Raumfahrzeugs an.

10.1. Definition und allgemeiner Zusammenhang

Für ein diskretes e_0 zur Charakterisierung der Verteilung $N(e)$, wie es später gebraucht wird, geht der Ausdruck (5.3.1.K) für die Anzahldichte erzeugt durch einen Teilchenstrom mit den Verteilungsfunktionen $N(a)$ und $N(i)$ über in:

$$dn(r, \beta_0; a, i) = \frac{1}{2\pi^3 r^2} \frac{1}{a} \frac{N(a) N(i)}{((a/r - 1 - (a/r)^2 (1 - e_0^2))^{1/2} (\cos^2 \beta_0 - \cos^2 i))^{1/2}} da di \quad (10.1.A)$$

Die Bahnparameter a , e und i legen auch die Geschwindigkeit der Partikeln $\vec{v}$ am Ort (r, β_0) fest. Aufgrund der statistischen Verteilung von Knoten und Perihellänge sind natürlich vier Orientierungen für Partikeln jeweils in prograder oder retrograder Orientierung der Bewegung der Geschwindigkeit möglich. Die Teilchen bewegen sich gegenüber dem Detektor von der Geschwindigkeit $\vec{v}_{S/C}$ mit einer Geschwindigkeit $\Delta \vec{v}$:

$$\Delta \vec{v} = \vec{v} - \vec{v}_{S/C} \quad (10.1.B)$$

Im Ruhesystem des Detektors erzeugt der Partikelstrom die Flußdichte:

$$\vec{j} = dn \Delta \vec{v} \quad (10.1.C)$$

Besitzt der Detektor eine Fläche $\Delta \vec{A}$, deren Orientierung durch den Flächennormalenvektor festgelegt ist, dann erzeugt die Flußdichte einen Teilchenfluß:

$$J = \vec{J} \cdot \Delta \vec{A} \quad (10.1.D)$$

(Die Begriffsbildungen sind analog zur Hydro- oder Elektrodynamik.)

10.2. Gesamtflußdichten

Hier wie im folgenden wird die Verteilung der Exzentrizitäten $N(e)$ wieder durch einen diskreten Wert e_0 charakterisiert. Teilchen auf Bahnen, deren Große Halbachse a im Intervall $[a_1, a_2]$ und deren Inklination i im Intervall $[i_1, i_2]$ liegen, erzeugen Teilchenflußdichten $j(a_1, a_2, i_1, i_2)$ vom Betrag (Der-Ort (r, β_0) wird im folgenden meist nicht hervorgehoben.):

$$j(a_1, a_2, i_1, i_2) = \int_{i_1}^{i_2} \int_{a_1}^{a_2} dn(a, i) \cdot \Delta v(a, i) \, da \, di \quad (10.2.A)$$

Dabei muß man für a und i verlangen, daß sie ihre Schranken nicht überschreiten:

$$\frac{r}{1+e_0} \leq a_1 < a_2 \leq \frac{r}{1-e_0}$$

und

$$0 \leq i_1 < i_2 \leq \pi/2$$

10.3. Darstellung für die numerische Aufbereitung

Für die numerische Quadratur, die einen Algorithmus nach Hermite (Beresin und Shidkow, 1970) wegen der schwachen Singularität der Dichtefunktion dn anstrebt, ist es nötig, die Integrationsgebiete für beide Integrale auf die Intervalle $[-1, 1]$ bzw. $[0, 1]$ zu transformieren.

Entsprechend den Transformationen von (6.1.B und C) für die Großen Halbachsen a und den von (7.2.3.B und C) für die Inklinationen i erhält die Flußdichte den Ausdruck:

$$j(r, \beta_0; a_1, a_2, i_1, i_2) =$$

$$= \frac{1}{2\pi^3 r^2} \int_{y_1 \geq -1}^{y_2 \leq 1} \int_{z_1 \geq 0}^{z_2 \leq 1} \frac{v(r, \beta_0; a(y), i(z))}{(1-y^2)^{1/2}} \frac{N(a(y)) N^*(i(z))}{(1-z^2)^{1/2}} dy dz$$

(10.3.A)

Bei geeigneter Wahl der Verteilungsdichtefunktionen reicht die Integration in y von -1 bis 1 und in z von 0 bis 1 , so daß sich die Integrale durch Summen nähern lassen:

$$j \approx \frac{1}{2\pi^3 r^2} \frac{\pi}{L K} \sum_{l=1}^L \sum_{k=1}^K \Delta v(a(y_l), i(z_k)) N(a(y_l)) N^*(i(z_k))$$

(10.3.B)

mit $y_l = \cos((2l-1)/(2L)\pi)$ und $z_k = \cos((2k-1)/(2K)\pi)$

10.4. Darstellungen der Teilchenflußdichte mit Mittelwerten $\langle a \rangle_r$

Dieses relativ aufwendige Doppelintegral in 10.3.A läßt sich reduzieren, wenn man zur Bestimmung der Relativgeschwindigkeit ihre Abhängigkeit von der Verteilung der Großen Halbachsen durch einen Mittelwert $\langle a \rangle_r$ charakterisiert. Wählt man für die Verteilungsdichte der Großen Halbachsen die Darstellung als Potenzfunktion (vgl. 6.1.), so wird das Integral der Halbachsen das Potenzgesetz des radialen Anzahldichteabfalls, und wir schreiben für die Flußdichte ein einfaches Integral:

$$j = \frac{1}{r^v} n_0 R_0^v \int_{z_1}^{z_2} \frac{v(i(z)) N^*(i(z))}{(1-z^2)^{1/2}} dz$$

(10.4.A)

Dieses Integral läßt sich wieder durch eine Summe nähern. Für den Fall $z_1 = 0$ und $z_2 = 1$ lautet diese:

$$j \approx \frac{n_0 R_0^v}{r^v} \frac{\pi}{2K} \sum_{k=1}^K \Delta v(i(z_k)) N^*(i(z_k)) \quad (10.4.B)$$

mit $z_k = \cos((2k-1)/(2K)\pi)$.

Es verbleibt nun die Relativgeschwindigkeit zwischen Raumfahrzeug und Teilchen zu bestimmen.

10.5. Die Geschwindigkeit der Partikeln im lokalen Koordinatensystem des Raumfahrzeugs zur Bestimmung der Flußdichte

Diese Abhängigkeit der Flußdichte $\vec{j}$ von der Relativgeschwindigkeit $\Delta \vec{v}$ soll hier untersucht werden. Dazu werden die Geschwindigkeiten im lokalen Koordinatensystem des Raumfahrzeugs dargestellt.

10.5.1. Das lokale Koordinatensystem des Raumfahrzeugs

Das hier entwickelte allgemeine lokale Koordinatensystem knüpft an das übliche ekliptikale lokale Koordinatensystem an (Grün, 1981). Dieses allgemeine lokale Koordinatensystem ist rechtsorientiert kartesisch, dessen Ursprung am Ort des Raumfahrzeugs (r, β_0) liegt, also von ihm mitgeführt wird (vgl. Abb. 10.5.1.a.).

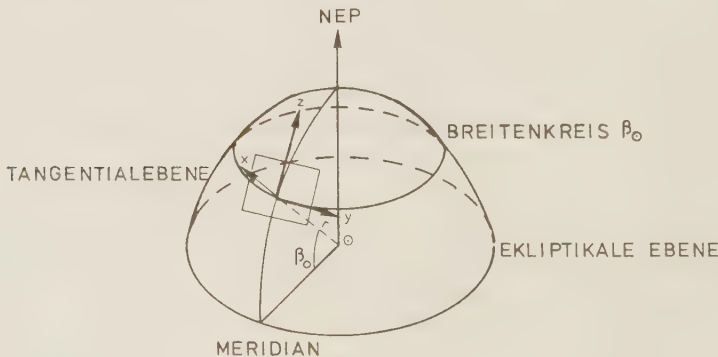


Abb. 10.5.1.a.:

Das rechtsorientierte lokale Koordinatensystem des Satelliten an seinem Bahnort (r, β) . Die x-Achse liegt in Richtung des solaren Fahrstrahls, die y-Achse tangential zum Breitenkreis und die z-Achse tangential zum Meridian.

Die x-Koordinate des Systems weist in Richtung des solaren Fahrstrahls $\vec{r}^0$, die y-Koordinate liegt tangential zum Breitenkreis der Breite β_0 . Daher weist die z-Achse tangential zu den Meridianen, so daß die y- und z-Achse eine Tangentialebene zur Koordinatensphäre am Ort (r, β_0) aufspannen. Fortan bleiben die Variablen x, y und z diesen Koordinaten vorbehalten.

10.5.2. Die Komponenten der Geschwindigkeiten im lokalen Koordinatensystem des Raumfahrzeugs

Das Koordinatensystem legt eine Aufspaltung in eine radiale und eine transversale Komponente nahe. Die radiale fällt mit der Richtung der x-Koordinatenachse zusammen und die transversale Komponente liegt in der angesprochenen Tangentialebene (vgl. Abb. 10.5.1.a.). Beide Komponenten lassen sich aus der bekannten Dynamik von Massenpunkten auf Kepler-Ellipsen bestimmen (vgl. 5.1.).

Die Drehimpulserhaltung führt für die transversale Komponente zu:

$$v_t^2 = \mu a (1-e^2)/r^2 \quad (10.5.2.A)$$

Beide, Energie- und Drehimpulserhaltung, verlangen für die radiale Komponente:

$$v_r^2 = \mu (2/r - 1/a - a (1-e^2)/r^2) \quad (10.5.2.B)$$

(vgl. Abb.10.5.2.a.).

Die transversale Komponente bedarf noch weiterer Zerlegung. Die Komponenten der Geschwindigkeit in y- und z-Richtung sind die Projektionen der transversalen Komponente auf diese Achsen. Da der Winkel α die Neigung der transversalen Komponente v_t bezüglich des Breitenkreises angibt, und sein Zusammenhang mit der Breite β_0 und der Inklination i gemäß der Regel von Neper $\cos \alpha = \cos i / \cos \beta_0$ bestimmt ist, können wir schließlich alle Komponenten aufschreiben:

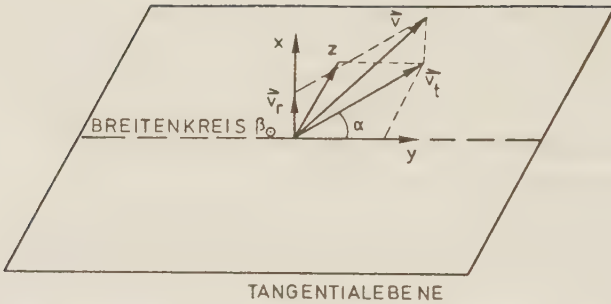


Abb. 10.5.2.a.:

Das lokale Koordinatensystem aus Abb. 10.5.a. im vergrößerten Ausschnitt. Besondere Darstellung der radialen $\vec{v}_r$ und der transversalen $\vec{v}_t$ Komponenten der Geschwindigkeit.

$$\dot{x}^2 = \mu (2/r - 1/a - a(1-e^2)/r^2) \quad (10.5.2.C)$$

$$\dot{y}^2 = \mu a(1-e^2)/r^2 \cos^2 i / \cos^2 \beta_0 \quad (10.5.2.D)$$

$$\dot{z}^2 = \mu a(1-e^2)/r^2 (1 - \cos^2 i / \cos^2 \beta_0) \quad (10.5.2.E)$$

Diese Beziehungen (10.5.C, D und E) entsprechen denen von Grün (Grün, 1981), der nur den Fall $\beta_0 = 0$ behandelt.

Da durch diese drei Gleichungen nur die Quadrate der Komponenten bestimmt worden sind, muß man bei der endgültigen Lösung noch die unterschiedlichen Vorzeichen berücksichtigen. Diese leiten sich aus den verschiedenen Orientierungen der Bahnen im Raum ab. Wenn die Bahnen interplanetarer Staubpartikeln prograde orientiert sind, kann die Komponente $\dot{y}$ durchweg nur ein positives Vorzeichen besitzen, womit die Anzahl der Lösungen auf vier eingeschränkt ist. Im Fall retrograder Bahnen ist die Komponente $\dot{y}$ negativ, und es gilt entsprechendes.

Schon früher wurde darauf hingewiesen, daß sich die Partikel im Abstand r zur Sonne auf ihrer Bahnellipse von ihrem Perihel entfernen oder sich

diesem nähern kann. Bei Annäherung besitzt die Partikel eine ins Innere der Bahnellipse weisende Komponente, so daß wir die x-Komponente negativ zählen. Hingegen weist die Geschwindigkeit bei Verlassen des Perihel nach außen in Fahrstrahlrichtung, so daß wir positiv zählen müssen. Schließlich ist die z-Komponente positiv für den Fall, daß das Staubteilchen den Bahnast im aufsteigenden Knoten durchläuft. Im Bahnast des absteigenden Knotens trägt die z-Komponente hingegen ein negatives Vorzeichen. Diese vier Orientierungen der Teilchenflüsse müssen in der Gesamtflußdichte berücksichtigt werden.

10.5.3. Die Flußdichte

Da die Dichten $dn(r, \beta_0)$ dieser Flüsse gleich sind (sie leiten sich alleine aus den Bahnelementen a, e und i ab), steuert jeder Fluß den vierten Teil zur Gesamtdichte bei. Die Flußdichte der Teilchenklasse (a, e, i) am Ort (r, β_0) ist, wenn $(\dot{x}_{S/C}, \dot{y}_{S/C}, \dot{z}_{S/C})$ und $(\dot{x}, \dot{y}, \dot{z})$ die positiven Wurzeln der Gleichungen (10.5.2.C, D und E) für die Quadrate der Geschwindigkeitskomponenten des Raumfahrzeugs (S/C) und der Partikeln sind:

$$j(r, \beta_0; a, e, i) = 1/4 \, dn(r, \beta_0; a, e, i) \quad (10.5.3.A)$$

$$\begin{aligned} & ((\dot{x}_{S/C} - \dot{x})^2 + (\dot{y}_{S/C} - \dot{y})^2 + (\dot{z}_{S/C} - \dot{z})^2 \\ & + (\dot{x}_{S/C} + \dot{x})^2 + (\dot{y}_{S/C} - \dot{y})^2 + (\dot{z}_{S/C} - \dot{z})^2 \\ & + (\dot{x}_{S/C} - \dot{x})^2 + (\dot{y}_{S/C} - \dot{y})^2 + (\dot{z}_{S/C} + \dot{z})^2 \\ & + (\dot{x}_{S/C} + \dot{x})^2 + (\dot{y}_{S/C} - \dot{y})^2 + (\dot{y}_{S/C} + \dot{z})^2)^{1/2} \end{aligned}$$

Für die Gesamtflußdichten sind die Integrationen nach den Bahnparametern entsprechend (10.4.A) auszuführen. (Im Fall retrograder Bahnen ist in 10.5.3.A $(\dot{y}_{S/C} + \dot{y})^2$ zu schreiben.)

Zusammenfassung

Da die Flußdichten **interplanetarer** Staubpartikeln bisher nur für einen Detektor auf einem Raumfahrzeug, das sich in der ekliptikalen Ebene bewegt, angegeben werden, haben wir ein Kalkül entwickelt, das die Flußdichten der interplanetaren Staubpartikeln für ein außerhalb der ekliptikalen Ebene fliegendes Raumfahrzeug angibt. Dieser Formalismus ist für alle interplanetaren Staubpartikeln, nicht nur für die zodiakalen gültig.

11. DIE RÄUMLICHE VERTEILUNG DES ZODIAKALEN STAUBES AUS MESSUNGEN MIT DEM MIKROMETEORITENDETEKTOR AUF DER RAUMSONDE ULYSSES

Nach Beschreibung der wichtigsten Detektorelemente und der Raumsondenbahn wird die Modellierung der Flußdichten entlang der Bahn dargestellt. Detektorauswahleffekte werden diskutiert. Die Betrachtungen schließen ab mit einer Unterscheidung dieser Messungen für die Diskrimination unterschiedlicher zodiakaler Verteilungen.

11.1. Der Mikrometeoritendetektor auf der Raumsonde ULYSSES

11.1.1. Prinzipieller Aufbau und Anordnung

Der Mikrometeoriteneinschlagsdetektor auf der Raumsonde Ulysses (Grün et al., 1983) besteht im wesentlichen aus zwei ineinandergeschachtelten Halbkugeln, die zur Öffnung hin durch ein elektrostatisches Gitter abgedeckt sind. Die Abb. 11.1.1.a. zeigt einen Querschnitt durch diese Anordnung.

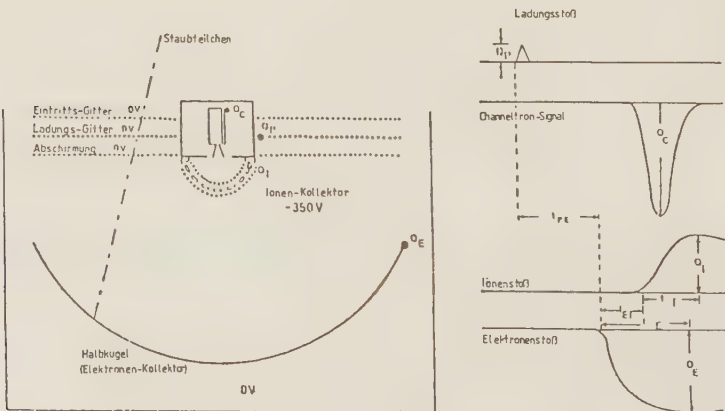


Abb. 11.1.1.a.:

Der Mikrometeoritendetektor auf der Raumsonde ULYSSES: links: ein Schnitt durch den Detektor, rechts: an den verschiedenen Detektorelementen erzeugte Ladungsstöße. Weitere Erläuterungen im Text (nach Grün et al., 1983).

Ein Staubteilchen betritt den Detektor durch das Gitter und erzeugt am Ladungsgitter einen Ladungsstoß Q_P . Die beiden benachbarten Gitter dienen nur der Rauschunterdrückung. Das Teilchen prallt auf die Innenfläche der großen Halbkugel und verdampft dort zu einer Wolke aus Ionen und Elektronen. Diese wird getrennt, so daß die Innenfläche der großen Halbkugel die Elektronen Q_E aufnimmt, während die Ionen Q_I zur Außenfläche der inneren Halbkugel, die als Ionengitter dient, wandern. Ein Teil der positiven Ionen Q_C wird noch einmal mit einem dem Ionengitter nachgeordneten Channeltron nachgewiesen. Durch eine Kalibration des Instrumentes mit eingeschossenen Staubteilchen lassen sich Beziehungen zwischen den verschiedenen genannten Ladungsstößen und den Größen Masse m , Geschwindigkeit Δv und Ladung Q der Staubpartikeln finden (Göller und Grün, 1985).

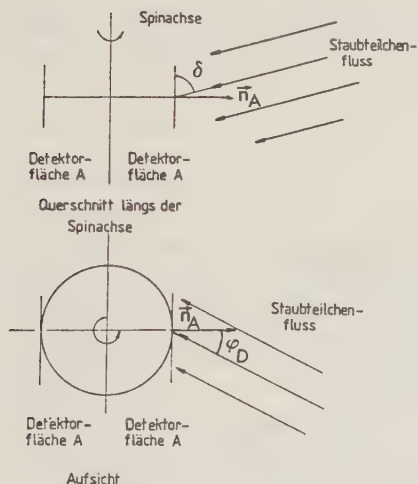


Abb. 11.1.1.b.:

Ein Querschnitt längs der Spinachse des Detektors (oben) zeigt die prinzipielle Anordnung der Defektorflächen. Ein monodirektionaler Staubteilchenfluß fällt unter einem Winkel ($90^\circ - \delta$) gegen die Flächennormale ein, während sich die Sonde mit ihren Defektorflächen unter dem Staubteilchenfluß dreht (Aufsicht unten). In dieser Ebene fallen die Staubteilchen unter einem Winkel ϕ_D auf die Defektorfläche ein.

Die Auffangfläche des Experimentes, gebildet durch das als Kreisfläche gestaltete Eintrittsgitter, beträgt 10^{-1} m^2 .

Auf der Raumsonde sind zwei dieser Detektoren montiert, deren Auffangflächen parallel zur Spinachse des Raumfahrzeugs stehen und deren Rückseiten einander diametral gegenüberliegen (vgl. Abb. 11.1.1.b.).

11.1.2. Effektive Detektorfläche gegenüber einem monodirektionalen Staubeilchenfluß

Da die Detektorflächen A mit ihren Normalen senkrecht zum Spin des Raumfahrzeugs orientiert sind, kann der Detektor einem Teilchenstrom seine volle Auffangfläche nur dann präsentieren, wenn Spinachse und Richtung des Teilchenstroms zueinander senkrecht stehen. Fallen die Teilchen hingegen parallel zur Spinachse hin, so wird der Detektor kein Teilchen registrieren.

Bezeichnet der Winkel δ den Winkel zwischen Spinachse und Teilchenstrom, so wird die dem Strom dargebotene Fläche je nach Größe des Winkels (vgl. Abb. 11.1.1.b.):

$$A_D = A \sin \delta \quad (11.1.2.A)$$

Einfallswinkel des Teilchenstroms

Der Winkel bestimmt sich aus dem Skalarprodukt von Relativgeschwindigkeit $\vec{\Delta v}$ und Orientierung der Spinachse $\vec{S}_{S/C}$:

$$\cos \delta = \frac{\vec{\Delta v} \cdot \vec{S}_{S/C}}{|\vec{\Delta v}| |\vec{S}_{S/C}|} \quad (11.1.2.B)$$

Eine nähere Bestimmung des Winkels δ ist erst möglich, wenn die Bahn und die Orientierung des Spinvektors der Raumsonde bekannt sind.

Berücksichtigung der Rotation des Raumfahrzeugs

Zusätzlich rotiert der Detektor um seine Spinachse unter dem Staubfluß her, so daß sich die effektive Detektorfläche stetig um einen Faktor $\cos \phi_D$ verändert. Schließlich findet man für die effektive Detektorfläche bei

einer halben Umdrehung (Man braucht nur eine halbe Umdrehung zu betrachten, da jeder der beiden Detektoren für jeweils eine halbe Periode dem Staubfluß zugewandt ist):

$$\langle A_D \rangle = A \sin \delta \frac{\int_{-\pi/2}^{\pi/2} \cos \phi_D \, d\phi_D}{\int_{-\pi/2}^{\pi/2} d\phi_D} = \frac{2A}{\pi} \sin \delta \quad (11.1.2.C)$$

Ist der Winkel $\delta=90^\circ$, dann wird $\langle A_D \rangle$ bei $A = 0,100 \text{ m}^2$, wobei wir $\langle A_D \rangle$ in diesem speziellen Fall mit $\langle A \rangle$ bezeichnen:

$$\langle A \rangle \approx 0,064 \text{ m}^2.$$

Man kann sich die Detektorfläche daher auch als Mantelfläche eines Zylinders vom Maß $0,064 \text{ m}^2$ vorstellen, dessen Achse parallel zur Spinachse des Satelliten liegt. Die Deckflächen dieses Zylinderdetektors hingegen sind blind.

11.2. Die Bahn der Raumsonde Ulysses

11.2.1. Geometrische Orientierung

Innerhalb der gesamten Mission interessiert hier besonders die "out-of-ecliptic"-Phase der Sonde, nachdem die Bahnebene der Sonde senkrecht auf der ekliptikalen Ebene steht, erzwungen durch ein Gravitationsumlenk-Manöver am Planeten Jupiter (Wenzel et al., 1983). Da die exakte Bahnneigung erst nach erfolgtem Manöver feststeht, wird im folgenden eine Inklination der Bahnebene $i_{S/C} = 90^\circ$ unterstellt. Für die Bahnelemente Große Halbachse $a_{S/C}$ und die Exzentrizitäten $e_{S/C}$ kann man typischerweise folgende Werte $a_{S/C} \approx 3,12 \text{ AE}$ und $e_{S/C} \approx 0,59$ angeben. Die Perihellänge wird im Rahmen dieser Arbeit mit einem Winkel von Null angesetzt. Dann liegt die Apsidenlinie in der ekliptikalen Ebene. Die Periheldistanz beträgt $q \approx 1,27 \text{ AE}$ und liegt zwischen den Bahnen der Planeten Erde und Mars. Die Größe des Parameters $p_{S/C}$, d.i. hier der solare Abstand der Sonde über den Sonnenpolen, lautet $p_{S/C} = a_{S/C}(1-e_{S/C}^2)$ $\approx 2,03 \text{ AE}$. In einer zentralsymmetrischen Wolke mit der ekliptikalen Ebene als Äquatorebene ist die Länge des Raumfahrzeugbahnknotens ohne Belang, so

daß auf seine Angabe verzichtet wird. Aufgrund der Spiegelsymmetrie von zodiakaler Wolke und elliptischer Bahn der Sonde bezüglich der ekliptikalen Äquatorebene, reicht es die Bewegung der Sonde vom Perihel zum Aphel in einem Ellipsenbogen zu betrachten. Mit diesen Angaben bestimmt die Bahngleichung der Kepler-Bewegung die geometrische Gestalt der Raumfahrzeugbahn (vgl. Schneider, 1979).

11.2.2. Die Orientierung des Detektors in der Bahn

Um den Winkel δ festzulegen, muß zunächst die Orientierung des Spinvektors $\vec{s}_{S/C}$ bestimmt werden.

Spinvektor $\vec{s}_{S/C}$

Aus Gründen der Telemetrie wird der Spinvektor $\vec{s}_{S/C}$ vornehmlich in Richtung des Strahls Erde-Raumfahrzeug orientiert sein. Seine Orientierung soll durch seine Elongation von der Fahrstrahlrichtung beschrieben werden, die die Richtung der x-Achse im lokalen Koordinatensystem des Raumfahrzeugs angibt. In einer Darstellung dieses lokalen Systems durch sphärische Äquatorialkoordinaten beschreiben der Winkel ϕ_z den Azimut und der Winkel ϕ_y die Breite, so daß der Spinvektor $\vec{s}_{S/C}$ die übliche Darstellung in sphärischen Koordinaten besitzt.

Liegt der Fahrstrahl des Raumfahrzeugs in der helioekliptikalen Meridianebene, so daß ein Beobachter auf dem Raumfahrzeug die Erde vor oder hinter der Sonne sieht, dann ist der Azimut $\phi_z = 0$. Stehen der Fahrstrahl von Erde und Raumfahrzeug senkrecht aufeinander, wo ein Beobachter auf dem Raumfahrzeug die Erde in ihrer maximalen Elongation sieht, so ist die Breite $\phi_y = 0$.

11.3. Entwicklung der Flußdichte entlang der Raumfahrzeugbahn

Um die Flußdichte längs der Bahn des Raumfahrzeugs Ulysses zu modellieren, ist es sinnvoll, den Ausdruck für die Relativgeschwindigkeiten der Partikeln noch einmal unter den genannten Voraussetzungen aufzuschreiben, da sich einfache Beziehungen für die Flußdichten ergeben.

11.3.1. Relativgeschwindigkeit der Partikeln

Geschwindigkeit der Partikeln

Unter den Voraussetzungen $\cos\alpha = \cos i / \cos\beta_0$ (vgl. 5.3.1.) und einer Darstellung für die Großen Halbachsen der Partikeln $\langle a \rangle_r = \langle a \rangle_0 \cdot r$ (9.1.2.A) werden die Komponenten der Partikelgeschwindigkeiten (gemäß 10.5.2.C, D und E):

$$\dot{x} = (\mu/r)^{1/2} (2 - 1/\langle a \rangle_0 - p_0)^{1/2} \quad (11.3.1.A)$$

$$\dot{y} = (\mu/r)^{1/2} \langle a \rangle_0 (1 - e_0^2) \cos\alpha \quad (11.3.1.B)$$

$$\dot{z} = (\mu/r)^{1/2} \langle a \rangle_0 (1 - e_0^2) (1 - \cos^2\alpha)^{1/2} \quad (11.3.1.C)$$

Darin sind die Ausdrücke $x_0 = (2 - 1/\langle a \rangle_0 - p_0)^{1/2}$ und $p_0 = \langle a \rangle_0 (1 - e_0^2)$ Konstanten.

Geschwindigkeit des Raumfahrzeugs

Für die Geschwindigkeitskomponenten des Raumfahrzeugs gewinnt man gemäß (11.2.1.):

$$\dot{x}_{S/C} = (\mu/r)^{1/2} (2 - r/a_{S/C} - p_{S/C}/r)^{1/2} \quad (11.3.1.D)$$

$$\dot{y}_{S/C} = 0 \quad (11.3.1.E)$$

$$\dot{z}_{S/C} = (\mu/r)^{1/2} (p_{S/C}/r)^{1/2} \quad (11.3.1.F)$$

Relativgeschwindigkeiten bezüglich der Raumsonde Ulysses

Daraus erhält man für die Relativgeschwindigkeit Δv (gemäß 10.5.) eine Darstellung $\Delta v = (\mu/r)^{1/2} \Delta v^*$ mit

$$\begin{aligned} \Delta v^* = & (x_0^2 + 2 - r/a_{S/C} \pm 2x_0 (2 - r/a_{S/C} - p_{S/C}/r)^{1/2} \\ & + p_0^2 - 2p_0 \sin\alpha (p_{S/C}/r)^{1/2})^{1/2} \end{aligned} \quad (11.3.1.G)$$

mit $-\pi/2 \leq \alpha \leq \pi/2$.

In dieser Darstellung gibt der Ausdruck Δv^* an, wie sich die Relativgeschwindigkeit Δv von der Kreisbahngeschwindigkeit $(\mu/r)^{1/2}$ unterscheidet. Im Fall kreisförmiger Bahnen der Partikeln ($e_0=0$) entfällt der von der radialen Konstante x_0 abhängige Term vollständig in (11.3.1.G).

Die relative Flußdichte j^*

Unter Berücksichtigung der Beziehung $\Delta v = (\mu/r)^{1/2} \Delta v^*$ wird die Flußdichte gemäß (10.4.A) und $\cos \alpha = \zeta$

$$j = \frac{\mu^{0,5} n_0 R_0^v}{r^{0,5+v}} j^*$$

$$\text{mit } j^* = \int_0^1 \frac{\Delta v^*(i(\zeta)) N^*(i(\zeta))}{(1-\zeta^2)^{1/2}} d\zeta \quad (11.3.1.H)$$

Der Ausdruck j/j^* beschreibt den Fall einer Flußdichte, in der alle Partikeln von der Anzahlldichte $n_0/(r/R_0)^v$ mit einer Geschwindigkeit $(\mu/r)^{0,5}$ auf den Detektor einströmen. Die relative Flußdichte j^* bestimmt, wie j von diesem Fall abweicht. Die Flußdichte j^* wird für den Fall einer isotropen und einer nach dem Sombbrero-Modell verteilten Staubwolke diskutiert (vgl. Abb. 11.3.1.a.).

11.3.2. Flußdichten in einer isotropen Staubwolke

Flußdichte der isotropen Staubwolke bei kreisförmigen Bahnen $e_0=0$

Für die folgenden Betrachtungen wird zunächst vereinfachend eine isotrope Bahnverteilung $N^* = 2/\pi f_0$ (vgl. (7.2.1.A)) bei einer Exzentrizität der Partikelbahnen $e_0=0$ angenommen. Dann strömen die Partikeln unter allen Winkeln α gleichmäßig auf den heliozentrischen Ort der Raumsonde sein.

Gemäß (11.3.1.H) fährt das Raumfahrzeug in eine Teilchenwolke hinein, in der alle Partikeln transversal mit der Geschwindigkeit $(\mu/r)^{1/2}$ auf den Ort des Raumfahrzeugs einströmen. Im Bezugssystem der Raumsonde werden die Geschwindigkeiten relativ zur Sondengeschwindigkeit gemäß (11.3.1.G) registriert. Relativgeschwindigkeiten von Partikeln, die sich mit der

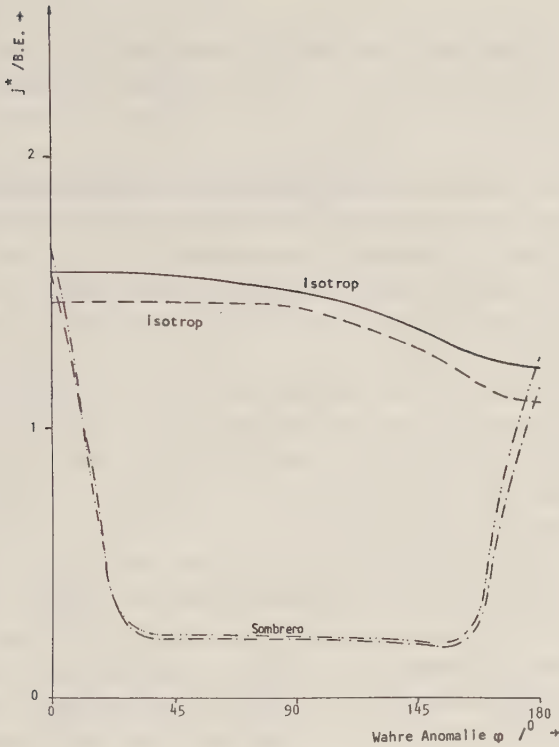


Abb. 11.3.1.a.:

Variation der relativen Flußdichte j^*/BE (in beliebigen Einheiten) entlang der wahren Anomalie des Raumfahrzeugs für eine isotrope Inklinationsverteilungsdichte bei einer Exzentrizität $e_0 = 0$ (---) und $e_0 = 0,5$ (-) sowie für eine Verteilung nach dem Sombreno-Modell bei einer Exzentrizität $e_0 = 0$ (---) und $e_0 = 0,5$ (----).

Sonde bewegen, werden mit wachsender transversaler Komponente der Sonde gestaucht. Diese, die sich der Sonde entgegen bewegen, werden mit steigender transversaler Komponente gestreckt, so daß sich im Fall einer rein kreisförmigen Keplerbewegung der Sonde entlang ihrer Bahn für die relative Flußdichte j^* im Ausdruck (11.3.1.M) eine Konstante ergäbe. Die gesamte Flußdichte j ist dann $\sim r^{-(0,5+\nu)}$. Bei der vorliegenden exzentrischen Keplerbahn der Sonde ist das Integral (11.3.1.H) im Perihel größer als im Fall $e_{S/C} = 0$ und im Aphel kleiner, weil die rein transversale Perihelgeschwindigkeit der Sonde größer als die entsprechende

Kreisbahngeschwindigkeit ist. Im Aphel liegen die Verhältnisse umgekehrt. Die relative Flußdichte j^* variiert nur wenig bis zum Ort des Parameters, um dann entsprechend der Verringerung der Sondengeschwindigkeit abzufallen (vgl. Abb. 11.3.1.a.).

Flußdichte einer isotropen Verteilung bei exzentrischen Kreisbahnen

Nun lassen wir auch zu, daß die Bahnen dieser isotropen Staubwolke eine Exzentrizität $e_0=0,5$ besitzen. Außerdem soll die Wolke einen Exponenten des radialen Teilchenabfalls $\nu=1$ besitzen. Der Widerspruch zu den in 9. entwickelten Vorstellungen soll hier zunächst nicht interessieren.

Gemäß (11.3.1. A, B und C) müssen wir dann auch eine radiale Komponente der Partikeln berücksichtigen, entsprechend ist $x_0 \approx 0,5$. Andererseits ist die mittlere Bahngeschwindigkeit der Partikeln gemäß (9.1.2.) und Tab. 9.1.2.α. größer als im Fall kreisförmiger Keplerbahnen der Partikeln. So läßt sich unmittelbar verstehen, daß die mittlere Relativgeschwindigkeit und damit die relative Flußdichte j^* im Perihel und Aphel der Sonde größer sein muß als im Fall kreisförmiger Bahnen der Partikeln (Perihel: $j^*(e=0,5)/j^*(e=0) \approx 1,1$, Aphel: $j^*(e=0,5)/j^*(e=0) \approx 1,1$). Abb. 11.3.1.a. zeigt, daß mit wachsender Entfernung der Sonde von der Sonne zu ihrem Aphel hin die Flußdichte j^* abnimmt, da die Sondengeschwindigkeit fällt. Die realistische Annahme eines Exponenten der entfernungsabhängigen Teilchenkonzentration $\nu > 1$ läßt die relative Teilchenflußdichte j^* geringfügig gegenüber $\nu=1$ sinken, da die mittlere Energie der Partikeln am Ort der Sonde gemäß (9.1.2.) und Tab. 9.1.2.α. auch leicht fällt.

11.3.3. Flußdichten in einer Staubwolke nach dem Sombbrero-Modell

Die Veränderungen gegenüber dem Fall einer isotropen Inklinationsverteilungsdichte sollen zunächst am Beispiel des Sombbrero-Modells diskutiert werden.

Kreisförmige Bahnen

Durch die Konzentration der Bahnen zur Ekliptik hin, welches durch die Verteilungsfunktion $N^*(i)$ des Sombbrero-Modells dargestellt wird (vgl. 8.3.), fallen die Partikeln im heliozentrischen System weitgehend unter einem rechten Winkel auf die Sonde ein, wenn sie sich ihrerseits auf ekliptikaler Höhe befindet.

Dies bedeutet ein Anwachsen der mittleren Relativgeschwindigkeit im Perihel und Aphel gegenüber dem isotropen Fall, wie es auch die Abb. 11.3.1.a. zeigt. Überdies zeigt die Abb. 11.3.1.a. auch, daß die Flußdichte weitgehend die Staubdichteverteilung $f(\beta_0)$, bzw. die durch sie induzierte Verteilungsdichte $N(i)$, nachzeichnet. Bei größeren Breiten β_0 geht die Flußdichte schließlich völlig in den isotropen Fall über, weil die polnahen Bahnen im Sombrero-Modell isotrop verteilt sind (vgl. 8.3.). Aufgrund des Faktors 0,15 für den konstanten Dichteanteil beträgt hier auch die Flußdichte 15% gegenüber dem isotropen Referenzmodell. Der stärkere Abfall der Flußdichte, wie im isotropen Fall zum Aphel hin, wird durch ein Anwachsen ekliptiknaher Bahnen gedämpft, wenn die Sonde wieder niedrigere ekliptikale Breiten erreicht. Auch erreicht die Aphelflußdichte nicht den Wert des Perihels, da die Sonde langsamer in die Wolke hineinfährt.

Exzentrische Bahnen

Läßt man nun auch exzentrische Bahnen ($e_0 \neq 0$) zu, was eigentlich auch einen Exponenten $\nu > 1$ verlangt, so wird man im Perihel und Aphel der Sonde eine größere Flußdichte erwarten, da durch die Konzentration der Bahnen zur Ekliptik hin die Überlegungen aus dem isotropen Fall nicht berührt werden. Abb. 11.3.1.a. bestätigt dies.

Verändern wir noch die Größe ν zu $\nu=1,3$, also eine Abnahme der mittleren Geschwindigkeit, so liegt die relative Flußdichte wieder geringfügig unterhalb der im Fall $\nu=1$.

Der Einfluß der Exzentrizität in den Partikelbahnen auf die Flußdichten ist dennoch von untergeordneter Bedeutung. Von stärkerer Bedeutung ist hingegen der Exponent ν .

11.3.4. Radiale Abhängigkeit der Flußdichte

Aus der Form der Flußdichte $j = \mu^{0,5} R_0^\nu / r^{0,5+\nu} n_0 j^*$ und dessen, daß j^* längs der Bahn fällt, leitet sich unmittelbar ab, daß die Flußdichte j wenigstens $\sim 1/r^{0,5+\nu}$ fällt. Dann verhalten sich die Flußdichten im Perihel q und Aphel q' der Sonde bestensfalls zueinander wie:

$$\begin{aligned} j(q')/j(q) &= 0,13 \text{ bei } \nu = 1 \\ \text{und} \quad j(q')/j(q) &= 0,09 \text{ bei } \nu = 1,3. \end{aligned}$$

Da die Sonde bei ihrem Aufstieg in größere ekliptikale Breiten ($\beta_0 > 50^\circ$) kaum ihre Distanz zur Sonne verändert ($r=1,46\text{AE}$, $q=1,27\text{AE}$), variiert die Flußdichte j aufgrund dessen auch nur wenig ($j(r=1,46\text{AE})/j(q)\approx 0,8$ bei $\nu=1$ und $j(r=1,46\text{AE})/j(q)\approx 0,78$ bei $\nu=1,3$), so daß die Sonde hier wesentlich die Inklinationsverteilungsfunktion $N(i)$ nachzeichnet.

Wenn die Sonde ihre solare Distanz r im folgenden Bahnabschnitt stärker ändert, macht sich auch die radiale Abhängigkeit der Teilchenflußdichte stärker geltend.

11.3.5. Vergleich der Flußdichten nach den unterschiedlichen Anzahldichteverteilungen des zodiakalen Staubes

Die folgenden Flußdichten werden in Form von Flußdichten j/n_0 diskutiert.

Konstante Anzahldichte

Zur Referenz für die anderen Verteilungen zeigt die Abb. 11.3.5.a. Flußdichten der konstanten Anzahldichte $f(\beta_0)=1$ für einen radialen Dichteexponenten $\nu=1$ und $\nu=1,3$ bei einer Exzentrizität $e_0=0$. Auf die Darstellung der Flußdichten bei $e_0=0,5$ für $\nu=1,3$ wird verzichtet, da sich diese kaum unterscheiden. Dies gilt auch für die noch zu diskutierenden Anzahldichteverteilungen $f(\beta_0)$. D.h. bei dieser graphischen Auflösung betragen die Abweichungen nicht mehr als 10%. Man findet für diese Flußdichten im wesentlichen eine Variation $\sim r^{-(\nu+0,5)}$, die leicht um j^* modifiziert wird, so beträgt bei $\nu=1,3$ $j(q')/j(q) \approx 0,06$ und bei $\nu=1$ $j(q')/j(q) \approx 0,1$.

Klassische Modelle

Zwei der Kurven in Abb. 11.3.5.b. werden durch die beiden klassischen Modelle, das **Ellipsoid-Modell** und das **klassische Fächer-Modell** bei einem Exponenten des radialen Teilchendichteabfalls von $\nu=1,3$ gebildet. Infolge der stärker zur ekliptikalen Ebene gedrängten Inklinationsverteilungsdichte $N(i)$ für das Ellipsoid-Modell (vgl. 8.2.1.) im Vergleich zum klassischen Fächer-Modell (vgl. 8.2.2.) fällt die Staubflußdichte stärker ab. Sie erreicht über den solaren Polen ($\beta_0=90^\circ$) beim Ellipsoid-Modell im

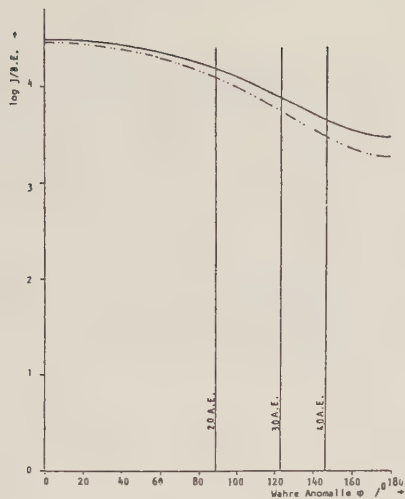


Abb. 11.3.5.a.:

Flußdichte $\log j$ (j in beliebigen Einheiten) entlang der wahren Anomalie der Raumsonde $\phi/^\circ$ für eine isotrope Inklinationsverteilungsdichte mit $\nu=1$ (-) und $\nu=1,3$ (- - -). Die senkrechten Achsen mit 2 AE, 3 AE und 4 AE geben jeweils den Abstand zur Sonne an. (Dies gilt auch für die folgenden Abbildungen.)

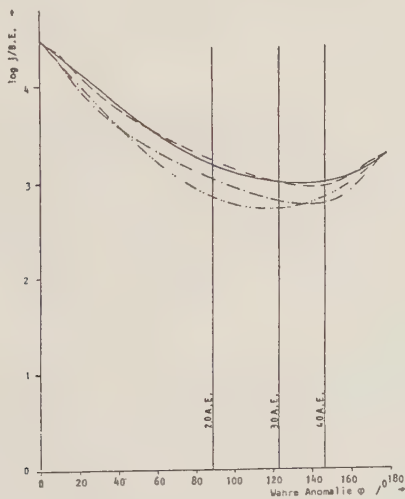


Abb. 11.3.5.b.:

Flußdichte $\log j$ (j in beliebigen Einheiten) entlang der wahren Anomalie der Raumsonde $\phi/^\circ$ bei $\nu=1,3$ und $e=0$ für das klassische Ellipsoid-Modell (- - -), das klassische Fächer-Modell (-), das aufgeblasene Ellipsoid-Modell (- · - ·) und das komprimierte Fächer-Modell (· · · ·).

Verhältnis zum ekliptikalen Staubfluß ein Verhältnis $j(\beta_0=90^\circ)/j(\beta_0=0^\circ) \approx 0,068$, während dieses Verhältnis $j(\beta_0=90^\circ)/j(\beta_0=0^\circ) \approx 0,071$ beim klassischen Fächer-Modell wird. Entsprechend steigt die Flußdichte für das Ellipsoid-Modell nahe dem Aphel wieder an, wenn die Sonde niedrigere ekliptikale Breiten $\beta_0 < 30^\circ$ erreicht.

Vergleich der klassischen Modelle mit ihren modifizierten Darstellungen

Erstaunlicherweise weichen die Flußdichte nach dem klassischen Fächer-Modell und dem **aufgeblasenen Ellipsoid-Modell** (vgl. Abb. 11.3.5.b.) um höchstens 12% voneinander ab. Nahe der ekliptikalen Ebene erzeugt das klassische Fächer-Modell mit einer flacheren, jedoch breiten Inklinationsverteilungsdichte ähnliche Teilchenströme wie das aufgeblasene Ellipsoid-Modell, welches ein größeres ekliptikales Maximum besitzt. In höheren Breiten $\beta_0 > 70^\circ$ unterschreitet der Teilchenfluß nach dem Ellipsoid-Modell leicht den des Fächer-Modells, da auch die Inklinationsverteilungsdichte der Modelle dies tut (vgl. 8.2.3.). Entsprechend den Inklinationsverteilungsdichten überwiegt der Strom nach dem Ellipsoid-Modell in polaren Breiten den nach dem Fächer-Modell. Da sich beide isotropen Komponenten, die die polaren Regionen kennzeichnen, auch um $\sim 12\%$ voneinander unterscheiden, weichen die Staubflüsse in polaren Breiten auch um $\sim 12\%$ voneinander ab. Beim Abstieg der Sonde wiederholen sich wieder die Verhältnisse wie vor dem Aufstieg.

Die Abweichungen der Staubflußdichte j für das **komprimierte Fächer-Modell** (vgl. 11.3.5.b.) zu seinem Urbild dem Ellipsoid-Modell fallen gerade für polare Breiten stärker aus (-57%), da auch die isotrope Komponente des komprimierten Fächer-Modells um -57% die des originalen Ellipsoid-Modells unterschreitet. Ein Übergang zum Exponenten $\nu = 1$ ändert an dem grundsätzlichen Verlauf wenig.

Das **moderate Fächer-Modell** (im Vergleich mit den Polloch-Modellen (Abb. 11.3.5.d)) zeigt einen weichen Abfall der Flußdichten, die wie beim komprimierten Fächer für polare Breiten stark sinken, so daß $j(\beta_0 = 90^\circ)/(j(\beta_0 = 0^\circ)) \approx 0,03$ wird. Vom Perihel zum Aphel der Sonde fällt hier die Flußdichte mit $(j(q')/j(q)) \approx 0,08$ ab, da hier der Exponent $\nu = 1,1$ ist.

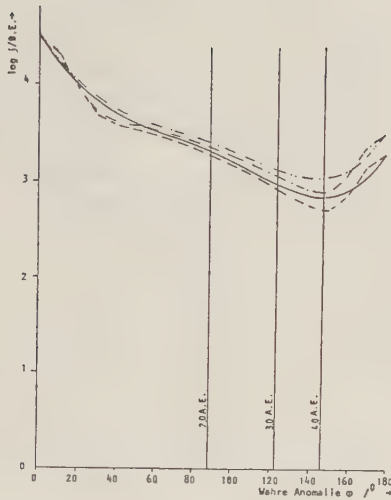


Abb. 11.3.5.c.:

Flußdichte $\log j$ (j in beliebigen Einheiten) entlang der wahren Anomalie der Raumsonde $\phi/^\circ$ bei $e=0$ für das klassische Sombbrero-Modell bei $\nu=1$ (---) und $\nu=1,3$ (-.-) sowie für das Polkugel-Fächer-Modell bei $\nu=1$ (-.-.-) und $\nu=1,3$ (-).

Polkugel-Modelle

Der folgenden Betrachtung liegt die Abb. 11.3.5.c. zugrunde. Die Flußdichte j für das **Sombbrero-Modell** ($\nu=1,3$) fällt zunächst gemäß des steilen Maximums der Inklinationsverteilungsdichte (vgl. 8.3.1.) steil ab, um dann für ekliptikale Breiten der Sonde $\beta_0 > 30^\circ$ einer Flußdichte für isotrope Inklinationsverteilungsdichten zu folgen. Nahe dem Aphel für $\beta_0 < 30^\circ$ steigt die Flußdichte j wieder entsprechend steil an. Entsprechend der den Fächer-Modellen eigenen breiteren Verteilung fällt für das **Kugelfächer-Modell** (vgl. 8.3.2.) die Staubflußdichte über der Ekliptik sanfter ab. Für ekliptikale Breiten $\beta_0 > 40^\circ$ folgt auch hier die Staubflußdichte der einer für isotrope Inklinationsverteilungsdichten. Ein entsprechend sanfter Anstieg liegt nahe dem Aphel vor. Eine Änderung des radialen Teilchenanzahldichteexponenten von $\nu=1,3$ zu $\nu=1$ ändert am prinzipiellen Verlauf nur wenig, außer einem entsprechend insgesamt flacheren Abfall gegenüber dem eingangs diskutierten Fall.

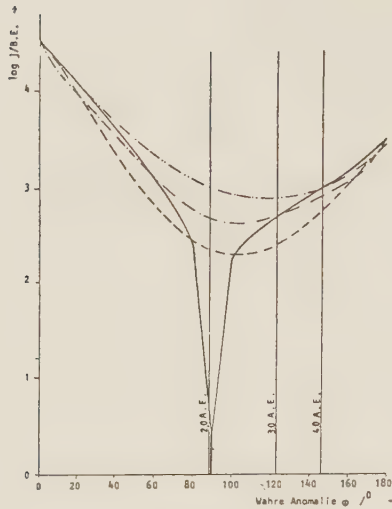


Abb. 11.3.5.d.:

Flußdichte $\log j$ (j in beliebigen Einheiten) entlang der wahren Anomalie der Raumsonde $\phi_0 = 0$ für das moderate Fächer-Modell (---), das optische extreme Fächer-Modell (---), das infrarote extreme Fächer-Modell (- -) und das Polloch-Fächer-Modell (-).

Polloch-Modelle

Die Abb. 11.3.5.d. zeigt zunächst unter den Polloch-Modellen das optische **extreme Fächer-Modell (V)**. Entsprechend der äußerst breiten Verteilung der Inklinationsverteilungsdichte (vgl. 8.4.1.) fällt die Teilchenflußdichte j mit zunehmender Breite relativ sanft ab. Da die isotrope Komponente, welche für polare Breiten dominiert, verschwindend ist, fällt die Flußdichte für $\beta_0 = 90^\circ$ sehr weit ab. So wird das Verhältnis der Flußdichten $j(\beta_0 = 90^\circ)/j(\beta_0 = 0^\circ) \approx 0,01$. Das Verhältnis $j(q')/j(q)$ beträgt 0,1, wie es für radiale Dichteverteilungen mit $\nu=1$ typisch ist.

Aufgrund der starken Konzentration der Verteilungsdichte zur ekliptikalen Ebene beim **infraroten extremen Fächer-Modell** (vgl. 11.3.5.d.) fallen die Flußdichten deutlich ab und erreichen bei $\beta_0 = 90^\circ$ wegen der niedrigen isotropen Komponente nur einen Wert $j(\beta_0 = 90^\circ)/j(\beta_0 = 0^\circ) \approx 0,01$. Es ist $j(q')/(q) \approx 0,08$, da der Exponent $\nu=1,1$ ist.

Die Abb. 11.3.5.d läßt unmittelbar das **Pollochfächer-Modell** daran erkennen, daß die Flußdichte bei $\beta_0=90^\circ$ $j=0$ wird, so wie es die Inklinationsverteilungsdichte (8.4.3.) verlangt. Im ekliptikalen Bereich $\beta_0 < 40^\circ$ folgt die Flußdichte etwa dem Verlauf der Flußdichte für das moderate Fächer-Modell, da die Inklinationsverteilungsdichte beider (vgl. 8.2.2.) in diesem Bereich nicht stark abweicht. Auch macht sich der unterschiedliche Exponent ν hier noch kaum bemerkbar. Im Aphel überschreitet die Flußdichte für $\nu=1$, wie sie für das vorliegende Modell gilt, natürlich die für $\nu=1,1$ etwas, so daß $j(q')/j(q) = 0,1$ ist. Für die kommende Diskussion wird es besonders interessant sein, ob dieser hier gezeigte Einbruch der Flußdichten bei $\beta_0=90^\circ$ durch den Mikrometeoritendetektor festgestellt werden kann. Zunächst sollen aber noch Auswahleffekte des Detektors untersucht werden.

11.3.6. Flußdichten längs der Bahn nach Faltung mit der Detektororientierung

Da die präzisen Konstellationen von Erde und Sonde zu diesem Zeitpunkt noch nicht feststehen, soll an dieser Stelle lediglich ein Überblick der zu erwartenden Detektorauswahleffekte gegeben werden. Dazu werden die Staubbichteverteilungen längs der Bahn der Sonde ULYSSES mit dem Detektorauswahlfaktor $\sin\delta$ gefaltet, so daß effektiv die Flußdichten j_D bzw. die relative Flußdichte j_D^* mit

$$j_D^* = \int_0^1 \frac{\Delta v^*(i(\zeta)) N^*(i(\zeta) \sin(\delta))}{(1-\zeta^2)^{1/2}} d\zeta \quad (11.3.6.A)$$

berechnet werden. Entsprechend (11.2.2.) wird der Detektorauswahlfaktor bei maximaler Elongation der Erde von der Sonne ($\phi_y = 0$) und den Ort der Erde vor und hinter der Sonne ($\phi_z = 0$) für einen Blick von der Sonde berechnet.

Die Effekte werden wieder sukzessive für eine isotrope Verteilungsdichte verschiedener Exzentrizitäten und dann stellvertretend für die anderen am Beispiel der Sombrero-Modelle entwickelt.

Detektorauswahleffekte für die Flußdichte einer isotropen Verteilungsdichte

Die Abb. 11.3.6.a. zeigt die Verhältnisse der mit den Detektororientierungen gefalteten Flußdichten j_D zu der gesamten auf die Sonde einströmenden Flußdichte j in Abhängigkeit von der ekliptikaln Breite der Sonde für eine isotrope Verteilungsdichte und eine Exzentrizität $e_0 = 0$ der Partikeln.

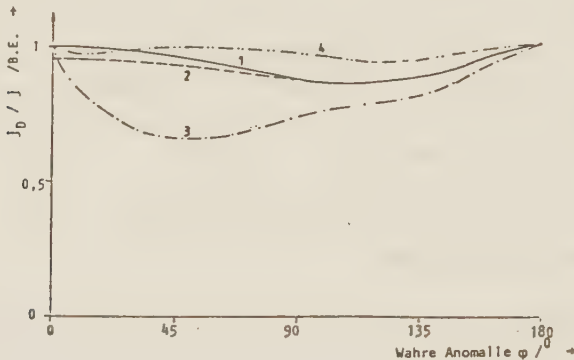


Abb. 11.3.6.a.:

$j_D/j/BE$ in Abhängigkeit von der wahren Anomalie $\phi/^\circ$ der Raumsonde im Fall der isotropen Verteilungsdichte bei einer Exzentrizität $e_0 = 0$. Kurve 1 beschreibt die Orientierung des Sonden spins entlang des Fahrstrahls, Kurve 2 in Richtung der maximalen Elongation unter Berücksichtigung prograder wie retrograder Bahnen, Kurve 3 in Richtung einer Stellung der Erde vor der Sonne und Kurve 4 in Richtung einer Stellung der Erde hinter der Sonne.

Spinachse weist in Richtung des Fahrstrahls

Die Kurve 1 repräsentiert den Fall der Orientierung der Detektorspinachse in Richtung des Sondenfahrstrahls, der für die anderen Fälle als Referenzfall dienen mag. Im Perihel der Sonde ($\beta_0=0$) sieht der Detektor dann den gesamten Teilchenstrom ($j_D=1$), da Spinachse und Relativgeschwindigkeit aufeinander senkrecht stehen. Bei Annäherung an den Ort des Parameters ($\beta_0=90^\circ$) wächst auch die radiale Komponente der Sondengeschwindigkeit (s. Abb. 11.3.6.b.), so daß die Relativgeschwindigkeit der Partikeln zunehmend eine geringere Neigung gegenüber der Fahrstrahlrichtung des Detektors erfährt, und die Partikeln eine kleinere Detektorfläche ($(j_D/j) \approx 0,9$ bei $\beta_0=90^\circ$) sehen.

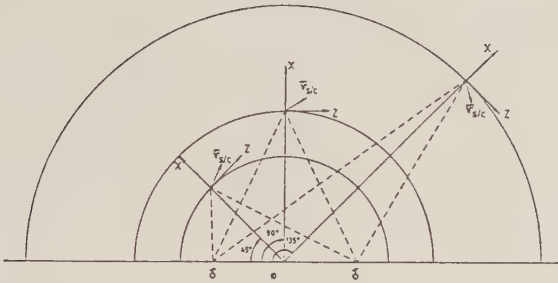


Abb. 11.3.6.b.:

Ausgezeichnete Bahnorte der Raumsonde für wahre Anomalien derer von $\phi = 45^\circ$, 90° und 135° im helioekliptikalen Meridian. Die Geschwindigkeit der Raumsonde $\vec{v}_{s/c}$ wird in ihren lokalen Koordinaten (x,z) dargestellt. Außerdem wird jeweils die maximale Elongation des Spinvektors für Stellungen der Erde vor und hinter der Sonne angegeben (---).

Dieser Trend verstärkt sich sogar noch, da das Verhältnis zwischen radialer Komponente und transversaler Komponente der Sonde erst bei $\phi \approx 126^\circ$ sein Maximum erreicht. Im Aphel liegen die Verhältnisse ähnlich wie im Perihel.

Spinachse weist in Richtung der maximalen Elongation der Erde bezüglich der Sonne (Kurve 2)

Bei einer Auslenkung der Spinachse der Sonde von der Ebene des helioekliptikalen Meridians sind gerade im Fall einer isotropen Verteilungsdichte prograde und retrograde Orientierungen der Bahnen zu beachten. Je nach Auslenkungsrichtung der Sonde sehen entweder die Teilchen auf prograden oder die auf retrograden Bahnen eine kleinere Detektorfläche. Da aufgrund der kürzesten Distanz zur Erdbahn im Perihel der Sonde der Winkel der maximalen Elongation am größten ist, erwartet man dort auch eine größte Differenz zum Fall der Fahrstrahlorientierung. Abb. 11.3.6.a. zeigt im Perihel der Sonde für $j_D/j \approx 0,95$. Außerdem verliert sich diese Differenz zum Fall der Fahrstrahlorientierung im Fortlauf der Bahnbewegung hin zu größeren Entfernungen zur Erdbahn (vgl. Abb. 11.3.6.b.).

Spinachse weist auf den Erdort, wenn diese vor oder hinter der Sonne steht (Kurve 3 und 4)

Abb. 11.3.6.a. zeigt, daß hier in beiden Fällen im Perihel und Aphel keine Abweichungen zum Fall der Fahrstrahlorientierung auftreten, welches selbstverständlich ist, da die Apsidenlinie der Sonde in der Ekliptik liegt. Größere Einbrüche ($j_D/j \approx 0,7$) notiert man für größere ekliptikale Breiten bei einer Stellung der Erde vor der Sonne. Den Grund dafür macht Abb. 11.3.6.b. plausibel.

Mit steigender ekliptikaler Breite der Sonde wird der Winkel zwischen seiner Spinachse, die auf einen Ort der Erde vor der Sonne orientiert ist, und der Sondengeschwindigkeit $\vec{v}_{S/C}$ kleiner. Dies gilt entsprechend dann auch für die Relativgeschwindigkeit der Sonde zu den Partikeln, so daß die effektive Detektorfläche kleiner wird. Im Fall einer Stellung des Satelliten hinter der Erde sind die Auslenkungen moderat, außerdem führt hier sogar die Auslenkung des Satelliten zu einer der Senkrechtstellung nahen Orientierung von Spinachse und Sondengeschwindigkeit bzw. der Relativgeschwindigkeit, so daß die Größe j_D/j kaum von 1 abweicht ($j_D/j \approx 0,95$).

Exzentrische Bahnen in einer isotropen Wolke

Treten für die Partikeln Bahnen größerer Exzentrizität ($e_0=0,5$) auf, so besitzen die Partikeln eine radiale Komponente, so daß die Relativgeschwindigkeit auch stärker in radiale Richtung orientiert ist. Im Fall einer Orientierung der Detektorspinachse in Fahrstrahlrichtung wird der detektierte Fluß geringer als im nichtexzentrischen Fall. Die Teilchen sehen gewissermaßen mehr von den blinden Deckelflächen des Detektors.

Diese Reduktion von j_D/j ist typisch für die meisten anderen Orientierungen der Detektorspinachse, sie überschreitet aber einen Faktor 0,9 gegenüber den Kreisbahnen nicht.

Detektorauswahleffekte für die Flußdichte in einer zodiacalen Staubwolke gemäß einer Anzahldichte nach dem Sombbrero-Modell

Erstaunlicherweise zeigt das Verhältnis j_D/j nach dem Sombbrero-Modell grob einen ähnlichen Verlauf wie bei einer isotropen Verteilungsdichte bei kreisförmigen Bahnen der Partikeln. Gerade im Fall der Fahrstrahlorientierung ist dies am Ort des Perihels und Aphels einsichtig. Dort

stehen die Vektoren der Relativgeschwindigkeiten sowohl in einer isotropen und einer stärker zur Ekliptik hin orientierten Verteilung der Teilchenströme wie beim Sombbrero-Modell senkrecht auf dem Detektorzylinder, dessen Achse zur Sonne weist.

Für eine Orientierung der Spinachse zur Erde bei ihrer maximalen Elongation bezüglich der Sonne wird ein Durchschnitt aus ihrer Ost- und Weststellung, die beim Vorliegen von mehrheitlich prograden Bahnen keineswegs zur Ermittlung der effektiven Detektorfläche identisch sind, gebildet. Die Partikeln sehen hier besonders im Perihel eine geringere Detektorfläche als im isotropen Fall, da die Teilchenströme mit ihrer starken ekliptikalen Orientierung von ekliptikalen Auslenkungen stärker betroffen sind.

Andererseits wirken sich Auslenkungen des Detektors im helioekliptikalen Meridian weniger stark auf die meistenteils ekliptikal, senkrecht zum Detektorzylindermantel einfallenden Partikeln aus. Die Reduktion von j_D/j überschreitet hier gegenüber dem isotropen Fall einen Faktor von 0,95 kaum, so daß Abb. 11.3.6.a. auch j_D/j für das Sombbrero Modell darstellt.

Läßt man hier wieder exzentrische Bahnen zu, so findet man wieder ähnliche Verminderungen gegenüber nichtexzentrischen Bahnen wie im isotropen Fall (vgl. Abb. 11.3.6.c.).

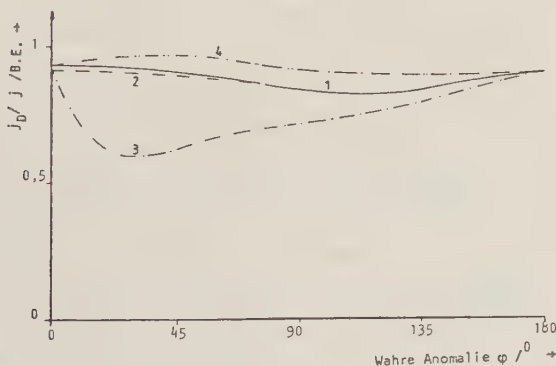


Abb. 11.3.6.c.:

Variation von j_D/j entlang der wahren Anomalie der Raumsonde $\phi/^\circ$ für eine Inklinationsverteilungsdichte nach dem Sombbrero-Modell bei einer Exzentrizität $e_0=0,5(e.)$ (vgl. Abb. 11.3.6.a.).

Resümee

Geht man davon aus, daß sich die Konstellation "vor der Sonne" vermeiden läßt, so muß man im Mittel mit einer Reduktion der Detektorfläche um einen Faktor von $\sim 0,9$ rechnen. Dieser relativ geringe Faktor kommt im wesentlichen so zustande. Die Partikeln bewegen sich selbst bei Exzentrizitäten von $e_0 = 0,5$, während auch die Exzentrizität des Satelliten als gering betrachtet werden darf, auf kreisähnlichen Bahnen, während die Detektorzylindermantelfläche, deren Achse weitgehend radial orientiert ist, senkrecht zur Bewegungsrichtung der Partikeln steht, so daß die Partikeln bis auf kleine Abweichungen die volle Detektoroberfläche sehen.

11.4. Absolute Partikelanzahl und Unterscheidung der räumlichen Staubverteilungsmodelle

Der dargestellte Verlauf der auf die Dichte n_0 normierten Staubflußdichte sagt aber noch nichts aus über die Unterscheidung zwischen den einzelnen Modellen. Eigentlich mißt der Mikrometeoritendetektor die Anzahl der Einschläge N_D auf seiner Oberfläche.

Bei der Teilchenflußdichte $j \approx 10^{-6} \text{ 1/(m}^2\text{s)}$ (vgl. 4.2.1.) würde der Detektor ($A = 0,1 \text{ m}^2$, vgl. 11.1.2.) einen Teilchenstrom von $J \approx 10^{-7} \text{ s}^{-1}$, was 30 Teilchen in einer Dekade entspricht, registrieren. Da sich die Sonde außerhalb der ekliptikalen Ebene und einer Entfernung von 1 AE bewegt, auf die sich die Werte in der Abschätzung beziehen, stellt diese Einschlagsrate eine obere Grenze dar.

Weil die Messung der Anzahl von Partikeleinschlägen der prinzipiellen Zufälligkeit jeder Messung unterworfen ist und die erwartete Anzahl N_D der Partikeln gering ist, verteilen sich die gemessenen Einschläge gemäß einer Poisson-Statistik, so daß die Streuung der Meßwerte vom Erwartungswert N_D durch $\sqrt{N_D}$ beschrieben wird. Der relative Fehler des hier erwarteten Teilcheneinschlags liegt dann allein aufgrund statistischer Unsicherheiten wenigstens bei $\sim 20\%$, der nur eine eingeschränkte Brauchbarkeit des Experimentes zur Unterscheidung der zodiakalen Partikelverteilungen erwarten läßt. Da dies auf die Auslegung der zu kleinen Detektorfläche zurückzuführen ist, muß man daran erinnern, daß das Experiment zum Nachweis kleinerer Partikeln ($m \gtrsim 10^{-12} \text{ g}$) konzipiert worden ist, für die

man mit einer Einschlagsrate von ~ 300 Partikeln pro Jahr rechnen kann (vgl. Grün et al., 1983). Dies läßt auch für eine derart kleine Detektorfläche statistisch sicherere Ergebnisse bei den kleineren Partikeln als den zodiakalen erwarten.

Vor diesem Hintergrund werden die zu erwartenden Einschläge für die verschiedenen Modelle unter Berücksichtigung von Detektorauswahleffekten präsentiert, um sie dann auf ihre Unterscheidbarkeit zu prüfen.

11.4.1. Verfahren

Zur Ermittlung der Teilcheneinschlagszahl N_D ist es erforderlich, die effektiven Flußdichten $j(t)$ entlang der Sondenbahn zu integrieren, wenn der Parameter t die Zeit darstellt.

$$N_D = \int_{t_1}^{t_2} j(t) \langle A_D \rangle dt \quad (11.4.1.A)$$

Der Parameter t bestimmt gemäß der Keplergleichung die exzentrische Anomalie der Sonde. Die Lösung der Gleichung erfolgt hier durch einfache Bisektion. Die exzentrische Anomalie legt dann ihrerseits wieder die wahre Anomalie $\phi_{S/C}$ bzw. die solare Entfernung $r_{S/C}$ fest, so daß sich $j(t)$ ermitteln läßt.

Dabei ist, wie in 11.3.6. ausgeführt, die effektive Detektorfläche $\langle A_D \rangle = 0,9 \langle A \rangle$. Für die Teilchenanzahl im Volumenelement setzen wir den gemäß 4.2.1. bestimmten Wert $n_0 = 2,4 \cdot 10^{-10} \text{ 1/m}^3$ an.

11.4.2. Unterscheidung der Staubbichte Verteilungen durch den Mikrometeoritendetektor der Raumsonde ULYSSES

Nach einem Umlauf der Sonde, welcher ca. 5,5 y dauert, hat diese erst eine Anzahl von größenordnungsmäßig $N_D \approx 5$ Teilchen aufgesammelt, so daß die Frage der Unterscheidung zwischen den Modellen nicht diskutiert wird.

Bei den gegenwärtigen Erfahrungen über die Lebensdauer von Sonden (HELIOS- oder VOYAGER-Sonden) kann man aber durchaus realistisch 11 bis 17 Jahre Betriebszeit ansetzen, so daß zwei bis drei Umläufe der Sonde um die Sonne

sinnvoll sind. Im folgenden steht zunächst die Anzahl der gesamten Einschläge gemäß der unterschiedlichen Modelle im Vordergrund, da diese die meisten Partikeleinschläge und den geringsten relativen Fehler liefern. Dies ist problematisch, da hier einmal gerade auch die Zonen außerhalb von einer solaren Entfernung $R = 4 \text{ AE}$ eingehen, die die Dichtemodelle nur noch bedingt beschreiben und andererseits die Konstante n_0 , die ihrerseits nicht eindeutig bestimmt werden kann.

Nach zwei Umläufen

Nach zwei Umläufen ergibt das außerordentlich flache infrarote extreme Fächer-Modell lediglich $N_D = 8$ Partikeleinschläge, während nach dem auch im äußeren Sonnensystem recht dichten klassischen Fächer ($v=1$) sogar $N_D = 14$ Partikeln zu erwarten sind. Die übrigen Modelle liegen dazwischen. Alle Modelle werden nun einem möglichen Spektrum von 6 bis 18 Partikeleinschlägen gegenübergestellt. Aufgrund der statistischen Unschärfe $\pm \sqrt{N_D}$ repräsentiert jede Messung N_D ein Spektrum von $N_D \pm \sqrt{N_D}$ Erwartungswerten, so daß jedes Modell seinerseits durch ein Spektrum von Meßwerten N_D identifiziert werden kann.

Abb. 11.4.2.a. zeigt, daß beispielsweise das infrarote extreme Fächer-Modell dann mit Partikeleinschlägen zwischen 6 und 11 identifizierbar ist. In den meisten Fällen aber läßt sich mit einem Meßergebnis eine Gruppe von Modellen in Einklang bringen. Bei 7 Einschlägen lassen sich 5 verschiedene relativ flache Modelle vereinbaren. Pollochmodelle lassen sich in diesem Raster nicht wirklich von anderen unterscheiden. Die Anzahl der identifizierbaren Modelle nimmt bis zu 11 Einschlägen zu, die gleich alle Modelle als existent möglich machen. Mit steigender gemessener Partikelanzahl nimmt die Wahrscheinlichkeit der Existenz von Modellen mit breiterer Teilchenanzahldichte über und unter der ekliptikalen Ebene zu. Aber mit einem Meßergebnis von 15 Partikeleinschlägen lassen sich noch 6 verschiedene Modelle identifizieren. Lediglich an den Rändern des Einschlagsspektrums sind die Zuordnungen eindeutig. Bei 17 oder 18 Einschlägen kommt nur der klassische Fächer ($v=1$), und bei 6 nur der extreme Fächer (IR) in Betracht. Eine Unterscheidung nach den Exzentrizitäten im Fall von Dichtemodellen mit $v \neq 1$ findet nicht statt, da die Differenzen erwartungsgemäß (vgl. 11.3.5.) jenseits der Experimentauflösung liegen.

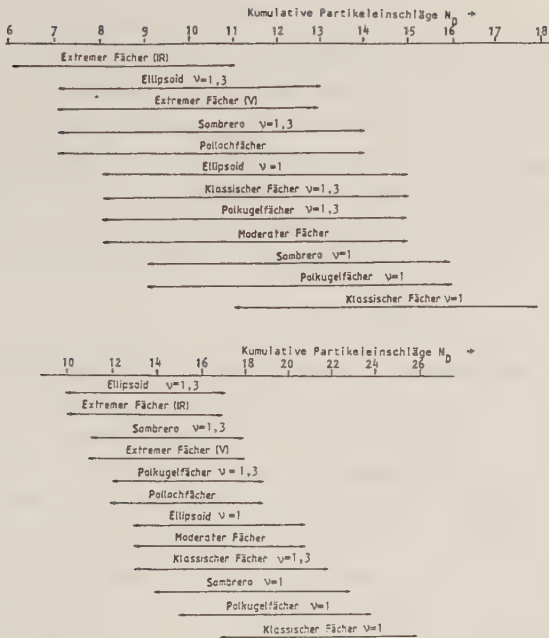


Abb. 11.4.2.a. und b.:

Die obere horizontale Achse beschreibt das gesamte Intervall der zu erwartenden kumulativen Partikeleinschläge N_D nach zwei (a.) und drei (b.) Umläufen der Raumsonde. Dem gegenüber stehen als Balken gekennzeichnet die Gesamtintervalle der zu erwartenden Einschläge nach den verschiedenen Anzahldichtevertelungen. Diese Anzahldichtevertelungen sind gekennzeichnet durch ihren Namen und, sofern notwendig, die Angabe von Parametern, wie z.B.: v .

Nach drei Umläufen (vgl. Abb. 11.4.2.b.)

Da die Anzahl der Partikeleinschläge nach drei Umläufen nur um ca. 3/2 zunimmt, ist die Auflösung auch nur moderat besser. Gerade an den Rändern des Einschlagsspektrums wird eine geringere Anzahl von Modellen mit der Einschlagszahl identifiziert, so findet man bei 11 Treffern eine Gruppe von 4 Modellen gegenüber dem zweiten Wert nach zwei Umläufen, der fünf möglich machte. Aber auch hier lassen sich im ungünstigsten Fall $N_D = 17$ alle Modelle mit diesem Meßergebnis vereinbaren. Weiterhin finden sich sehr unterschiedliche Modelle in einer Gruppe z.B.: das Sombrero-Modell ($v=1$, $k_s=0,15$) zusammen mit dem optischen extremen Fächer-Modell.

Schon diese Übersicht macht klar, daß sich die Diskriminationsfähigkeit des Mikrometeoritendetektors auf dem Raumfahrzeug ULYSSES im besten Fall auf die Unterscheidung zwischen stärker oder weniger stark zur Ekliptik hin orientierten Modellen beschränken wird. Problematisch werden diese Rechnungen letztlich natürlich auch, da unterstellt ist, daß die zodiakale Partikelanzahldichte n_0 wohlbestimmt ist. Aber man hat gesehen, daß diese keineswegs definitiv bestimmt werden kann. Es scheint daher sinnvoll, noch nach weiteren Größen als die Zahl der gesamten Partikeleinschläge zu suchen.

Anzahl der Einschläge von Partikeln in Zonen höherer ekliptikaler Breite

An einem Beispiel soll diskutiert werden, ob wenigstens eine Unterscheidung zwischen den flacheren Anzahldichtemodellen (z.B. dem infraroten extremen oder dem Polloch-Fächer-Modell und dem klassischen Fächer-Modell ($v=1$)) erhalten bleibt bei einer Teilung von Meßzonen. Die Abb. 11.4.2.c. zeigt die Entwicklung der Partikeleinschläge für die eben genannten Modelle in Form von kumulativen Einschlägen entlang der Sondenbahn bis zu einer Entfernung von ca. 3,3 AE bei genannter Teilchenzahldichte n_0 . Im Vordergrund steht der Fall von drei Umläufen der Raumsonde. Danach ist für alle Modelle, nicht nur für die aufgeführten, in niedrigen ekliptikal Breiten mit ~ 8 Einschlägen zu rechnen. D.h. lediglich ~ 4 Einschläge weisen darauf hin, daß die Anzahldichte n_0 kleiner als angenommen ist. Das flachere Modell (infrarotes extremes Fächer-Modell) läßt in ekliptikal Breiten $\beta_0 > 45^\circ$ nicht mehr als einen Einschlag erwarten, während das klassische Fächer-Modell durchaus fünf weitere Einschläge zuläßt. Dies ist kein eindeutiger Hinweis auf die Gültigkeit des klassischen Fächer-Modells, da viele andere Modelle auch mit einer Einschlagszahl von 5 vereinbar sind. (Stellvertretend wird das klassische Ellipsoid-Modell gezeigt.) Es zeigt eben nur, daß die sehr flachen Polloch-Modelle dann unwahrscheinlich sind. Diese Unterscheidung verbessert sich natürlich, wenn n_0 noch größer wird. Nimmt man hingegen an, daß n_0 wenigstens um einen Faktor 2 kleiner ist, dann ist der Einschlag einer Partikel gemäß der flacheren Modelle durchaus noch möglich, jedoch der Erwartungswert für das klassische Modell liegt bei 3 Einschlägen. Hier ist eine vernünftige Unterscheidung sicherlich nicht mehr möglich. Es wurden noch weitere Aufteilungen versucht. Alle krankten aber an der sehr kleinen Teilchenzahl, die eine große Unsicherheit mit sich führt.

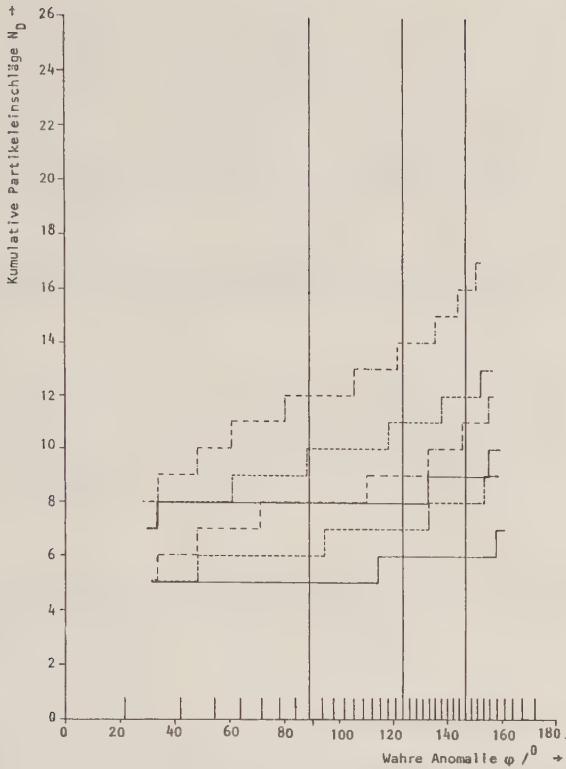


Abb. 11.4.2.c.:

Kumulative Partikeleinschläge für drei verschiedene Teilchenanzahldichteverteilungen nach zwei (unten liegende Kurven) und drei Umläufen (oben liegende Kurven) in Abhängigkeit von der wahren Anomalie $\phi/^\circ$ der Raumsonde. Die senkrechten Geraden bezeichnen den Abstand der Raumsonde zur Sonne von rechts nach links für 2 AE, 3 AE und 4 AE. Die Modelle werden folgendermaßen gekennzeichnet:

- klassischer Fächer ($\nu=1$)
- klassischer Sombbrero ($\nu=1$)
- extremer Fächer (IR)

Die vorausgegangenen Betrachtungen zeigen, daß sich unter gewissen Bedingungen durch das Mikrometeoriten-Experiment auf ULYSSES durchaus Rückschlüsse auf die Verteilung der zodiakalen Partikeln machen lassen, wenn sich diese auch auf den Ausschluß flacherer oder breiterer Verteilungen beziehen. Für weitere Unterscheidungen sind andere Experimente verlangt.

Zusammenfassung

Mit Hilfe des unter 10. entwickelten Algorithmus studieren wir den zu erwartenden Partikeleinschlag auf dem Mikrometeoriteneinschlagsdetektor des Raumfahrzeugs ULYSSES, das sich in einer Bahn im helioekliptikalen Meridian zwischen der Bahn des Planeten Jupiter über die solaren Pole hinweg und der Nähe der Bahn des Planeten Mars bewegt. Den Detektor beschreiben wir als Mantelfläche eines Zylinders, dessen Achse in Erdrichtung weist.

Zunächst finden wir ohne Berücksichtigung der Detektorauswahleffekte, daß der Einfluß einer Änderung der Exzentrizitäten $0 \leq e \leq 0,5$ gegenüber der Wirkung von der Verteilung der Großen Halbachsen bzw. der radialen Anzahl-dichte oder der Inklinationen bzw. der breitenabhängigen Anzahl-dichte-funktion vernachlässigbar ist.

Auch die Detektorauswahleffekte sind sehr gering, so daß der Detektor $\sim 90\%$ aller einfallenden Partikeln mißt. Dies kommt im wesentlichen daher, daß bei der weitgehend kreisförmigen Bahngeometrie von Partikeln und Raumfahrzeug, die Partikeln weitgehend senkrecht auf den Zylindermantel einschlagen, da die Zylinderachse in ihrer Orientierung nicht allzu sehr von der Fahrstrahlrichtung abweicht.

Die absolute Einschlagszahl zodiakaler Partikeln ist selbst nach einer Meßzeit > 10 y relativ klein < 20 , so daß der statistische Fehler nach der hier gültigen Poisson-Statistik nur bedingt Aussagen zuläßt. So lassen sich im günstigsten Fall besonders stark zur Ekliptik konzentrierte Modelle (z.B. extremer Fächer (IR)) oder auch weit in polare Breiten verteilte Modelle (z.B. klassischer Fächer, $v = 1$) ausschließen.

Da die Ereignisrate kleinerer Partikeln als der zodiakalen um Größenordnungen höher ist, so daß die statistischen Fehler geringer sind, lassen sich die hier aufgestellten Betrachtungen und Methoden erfolgreicher zur Klärung der dreidimensionalen Verteilung dieser kleineren interplanetaren Partikeln heranziehen.

12. DIE UNTERSCHIEDUNG DER MODELLE ZODIAKALER TEILCHENVERTEILUNGEN DURCH EXPERIMENTE MIT DEM MIKROMETEORITENDETEKTOR AUF DER SATELLITENPLATTFORM SPACE STATION

Bei der Nutzung der Satellitenplattform SPACE STATION für Fragestellungen der extraterrestrischen Physik diskutiert man den Einsatz eines Mikrometeoritendetektors: Cosmic Dust Facility (Hörz, 1986). Wie im folgenden gezeigt wird, ermöglicht dieser Detektor die Untersuchung der dreidimensionalen Anzahldichteverteilung $f(\beta_0)$ des zodiakalen Staubes durch Bestimmung ihrer Inklinationsverteilungsdichten.

12.1. Aufbau des Detektors und Bahn der Satellitenplattform SPACE STATION

12.1.1. Der Detektor

Der Mikrometeoritendetektor Cosmic Dust Facility hat die Form eines Kubus, dessen Außenflächen die Mikrometeoritenauffangflächen darstellen (vgl. Abb. 12.1.1.a.). Damit besitzt die kleinste Detektorfläche, die ein Teilchenstrom sieht, wenigstens das Maß einer Würfelseitenfläche. Bei einer Kantenlänge von 3m des Würfels hat die Cosmic Dust Facility eine 100-mal größere Auffangfläche als der Detektor auf dem Raumfahrzeug ULYSSES, was eine bessere Diskriminationsfähigkeit zwischen den vorgestellten Modellen zodiakaler Staubverteilungen erwarten läßt.

Darüber hinaus kann dieser Detektor die **Vektoren** der Relativgeschwindigkeit $\Delta \vec{v}$ interplanetarer Staubteilchen messen. Zu diesem Zweck sind die Detektorflächen doppelwandig wie Sandwiches ausgestattet, so daß zunächst der Ort $\vec{s}_1$ zum Zeitpunkt t_1 auf der äußeren Detektorfläche registriert wird, wo die Partikel diese durchschlägt. Dann werden Ort $\vec{s}_2$ und Zeitpunkt t_2 für den Aufprall auf der innenliegenden Detektorfläche festgehalten. Mit diesen beiden Meßpaaren läßt sich die Relativgeschwindigkeit bestimmen.

Zur Messung der Größen $\vec{s}$ und t schlagen Kuzcera et al. (Kuzcera et al., 1986) eine Methode vor, die im Unterschied zu Auer (Auer, 1975) keine elektrostatische Ladung der Partikeln braucht. Da die Partikeln beim

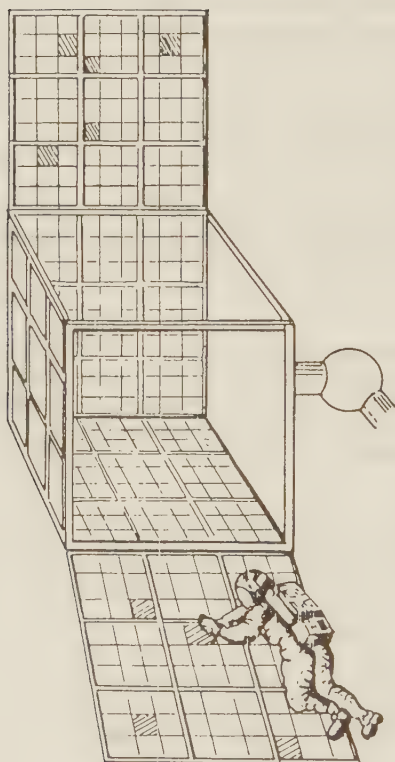


Abb. 12.1.1.a.:

Mikrometeoritendetektor Cosmic Dust Facility auf der Satellitenplattform SPACE STATION. Der Detektor ist von kubusartiger Gestalt, wobei die doppelwandigen Flächen wieder in Quadrate segmentiert sind. Zur Wartung durch Astronauten können die Wände ausgeklappt werden (nach Hörz, 1986).

Aufschlag auf die Detektorflächen kugelförmige Schallwellen auslösen, benötigt die Kugelwellenfront je nach Lage des Aufschlagszentrums in der Detektorebene unterschiedlich lange Laufzeiten, bis sie die Kanten des Detektors erreicht. Registrieren Mikrophone dort das Eintreffen der Kugelwellenfront, dann lassen sich beide Größen Ort $\vec{z}$ und Einschlagszeit t bestimmen. Ob damit eine bessere Meßgenauigkeit für die Komponenten der Relativgeschwindigkeiten als 1% erreichbar ist, wie z.B. von Zook (Zook, 1986) gewünscht, steht gegenwärtig noch nicht fest.

12.1.2. Messung der dreidimensionalen Verteilung auf der Satellitenplattform

Da das Experiment durch Astronauten bedient und gewartet werden soll, muß die Satellitenplattform innerhalb der vor kosmischer Korpuskelstrahlung schützenden Magnetosphärenschicht stationiert werden (Hörz, 1986). Daher ist mit einer kreisförmigen terrestrischen Bahn in ca. 300 km Höhe über der Erdoberfläche zu rechnen, die sich ihrerseits mit der Erde bewegt.

Messung der dreidimensionalen Verteilung des zodiakalen Staubes von der Erdbahnebene aus

Da die Teilchenbahnen die ekliptikale Ebene kreuzen (vgl. 7.3.1.), lassen sich die Partikel in den Bahnknoten detektieren. Aus der Relativgeschwindigkeit läßt sich die heliozentrische Geschwindigkeit und mit (10.5.2.D und E) die Inklination der Partikel bestimmen. Daher bestimmt das Experiment in einer Kugelschale vom Erdbahnradius die um die Aufenthaltswahrscheinlichkeit der Bahnen einer bestimmten Inklination in der ekliptikalen Ebene gewichtete Verteilung $N^*(i)$. Diese ihrerseits determiniert die Inklinationsverteilungsdichte $N(i)$ und die zugehörige Teilchenkonzentrationsverteilung $f(\beta_0)$. Aufgrund der Separation der Anzahldichteverteilung in einen rein von der solaren Entfernung r und der Breite β_0 abhängigen Teil gibt die lokal bestimmte Anzahldichte $f(\beta_0)$, obwohl das Experiment die globale Gültigkeit dieser Separation selbst nicht bestätigen kann.

Störung der Bahnen durch das irdische Schwerefeld

Die Bewegung der Partikel wird in der Nähe der Erde durch ihr Schwerefeld gestört. Damit mißt der Detektor nicht die ursprüngliche Relativgeschwindigkeit und Verteilung der Partikel, sondern die vom Erdfeld gestörte. Die ursprüngliche Bahn der Staubteilchen läßt sich z.B. gemäß der Theorie des eingeschränkten Dreikörperproblems berechnen (Schneider, 1979). Üblicherweise (vgl. Arnold, 1965; Bander mann and Wolstencroft, 1970, 1971; Weidenschilling, 1975; Öpik, 1976; Fernandez, 1978; Greenberg, 1982) betrachtet man das gesamte Problem aber als ein doppeltes Zweikörperproblem. Danach besitzen die Planeten sogenannte Wirkungssphären. Außerhalb dieser bewegen sich die Partikel nur im Gravitationsfeld der Sonne, um dann von der Sonne völlig entkoppelt

innerhalb der irdischen Wirkungssphäre hyperbolische Bahnen bezüglich des irdischen Zentrums auszuführen. Öpik (Öpik, 1951) schlägt vor, für den Radius der Wirkungssphäre die Roche-Grenze der Erde zu wählen.

Besonders im Fall geringer Relativgeschwindigkeit, wo auch außerhalb der Wirkungssphäre des Planeten noch geringfügige Störungen über einen größeren Zeitraum wirken, finden Cox et al. (Cox et al., 1978), daß die Näherung nur so weit zutrifft, wie die Exzentrizität der hyperbolischen Bahnen eine Größe von 4 nicht übertrifft.

Allgemein bewirken die Störungen des Planeten Erde eine Fokussierung der Teilchenströme nahe der Erde. Diese betrifft Teilchen mit einer geringen Relativgeschwindigkeit zur Erde am meisten, das sind Partikeln, die eine ähnliche Große Halbachse und Exzentrizität besitzen wie die Erde, und deren Bahnebene nur geringfügig oder gar nicht gegen die ekliptikale geneigt ist. Eine Statistik der Partikelanzahl für die verschiedenen Bahnelemente, besonders der Inklination, muß diese Effekte berücksichtigen, aber auch sie lassen sich entsprechend der oben angegebenen Verfahren berechnen.

12.2. Wirkungen der statistischen und meßtechnischen Unschärfen auf die Bestimmung der Inklinationsverteilungsdichten

Zunächst werden die erwarteten Flußdichten gemäß der Modellverteilungen unter Berücksichtigung der statistischen, später der meßtechnischen Unschärfen diskutiert.

12.2.1. Ekliptikale fokussierte Teilchenflüsse

Relativgeschwindigkeiten

Wie schon dargestellt, rotiert der Detektor auf der Satellitenplattform in ca. 2h um die Erde, so daß er sich unter den Staubströmen mit stetig oszillierender Relativgeschwindigkeit bewegt. Daher betrachten wir zur Bestimmung der Relativgeschwindigkeit hier nur die zwischen den Partikeln und der Erde. Diese variiert für Partikeln und Erde mit einer idealen Exzentrizität von $e_0=0$ für prograde ekliptikale Bahnen bei $\Delta v_\infty = 0$ über polare Bahnen $\Delta v_\infty \approx 59,6$ km/s. Gemäß der Energieerhaltung ist beim Eintritt der Partikeln in das irdische Gravitationsfeld noch ein Zuwachs an

kinetischer Energie zu berücksichtigen. Der daher resultierende Zuwachs in der Relativgeschwindigkeit ist für die Partikeln kleiner Eintrittsgeschwindigkeit recht groß. Beim freien Fall auf Erdbahnradius sind dies immerhin noch $\sim 11,2$ km/s, während dieser Zuwachs für die retrograden Bahnen vernachlässigbar ist, so unterscheiden sich die Geschwindigkeiten für die polaren Bahnen um $\sim 3\%$.

Gemäß 10.4. ist zur Bestimmung der Flußdichte j die gewichtete Inklinationsverteilungsdichte vonnöten.

Ekliptikale gewichtete Inklinationsverteilungsdichten

In der ekliptikalen Ebene wird das Gewicht einfach $\sin i$, so daß die gewichtete Verteilungsdichte $N^*(i)$ wird. Die Abb. 12.2.1.a. zeigt zunächst die ekliptikalen Verteilungsdichten der **klassischen Modelle Ellipsoid- und**

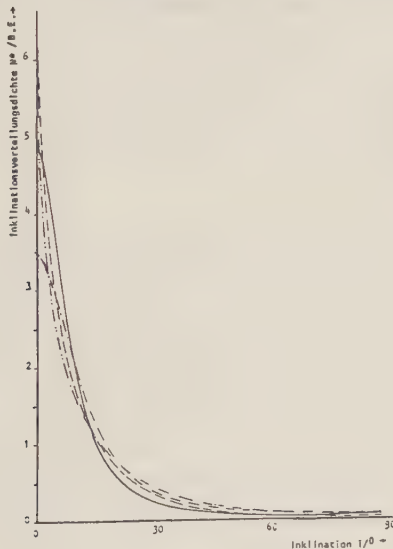


Abb. 12.2.1.a.:

Ekliptikal gewichtete Inklinationsverteilungsdichte $N^*(i)$ in Abhängigkeit von der Inklination $i/^\circ$ für das klassische (-) und das aufgeblasene (---) Ellipsoid-Modell sowie für das klassische (-.-) und das komprimierte (- - -) Fächer-Modell.

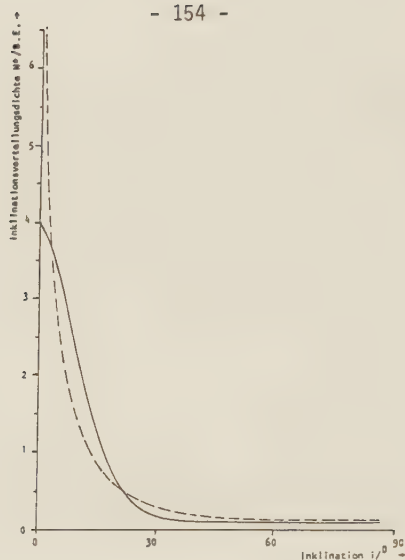


Abb. 12.2.1.b.:

Ekliptikal gewichtete Inklinationsverteilungsdichte $N^*(i)$ in Abhängigkeit von der Inklination $i/^\circ$ für das originale Sombrero-Modell (—) und das Polkugelfächer-Modell (---).

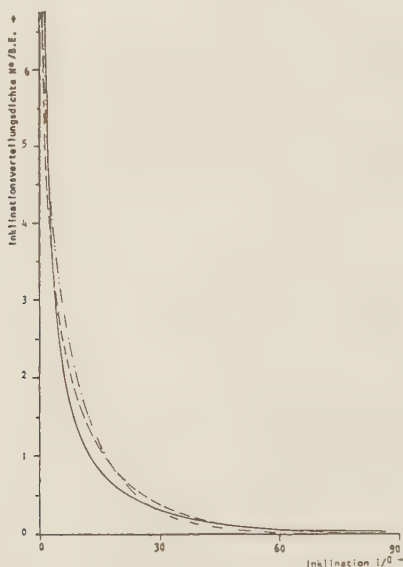


Abb. 12.2.1.c.:

Ekliptikal gewichtete Inklinationsverteilungsdichte $N^*(i)$ in Abhängigkeit von der Inklination $i/^\circ$ für das optische (—) und das infrarote (---) extreme Fächer-Modell und für das Polloch-Fächer-Modell (- · -).

Fächer-Modell. Entsprechend der breiteren Verteilung des Fächer-Modells gegenüber dem Ellipsoid-Modell gehen die Bahnen größerer Inklination in die Bildung der ekliptikalen Dichte beim ersteren ein, so daß der Abfall gegen größere Inklinationen sanfter ist. Auf die mangelnde Anpassung der **modifizierten klassischen Modelle** zu ihren Originalen vom dynamischen Standpunkt aus, wie sie sich auch hier zeigt, ist schon in 8. hingewiesen worden. Die gewichtete Inklinationsverteilungsdichte $N^*(i)$ des **moderaten Fächers** wird nicht gezeigt, da sie kaum vom komprimierten Fächer abweicht. Gut lassen sich beide **Polkugel-Modelle** (vgl. Abb. 12.2.1.b.) erkennen an der konstanten ekliptikalen Inklinationsdichte polarer Inklinationen, welche die typische isotrope Komponente charakterisiert. Die **Polloch-Modelle** zeigen erwartungsgemäß sehr kleine ekliptikale Inklinationsverteilungsdichten (vgl. Abb. 12.2.1.c.).

Größenordnungsmäßig nehmen die Bahnen mit Inklinationen $i \leq 30^\circ \sim 80\%$ aller Bahnen auf der Höhe der ekliptikalen Ebene ein. Davon entfallen $\sim 15\%$ auf die Bahnen mit Inklinationen zwischen 15° und 30° . Ungefähr 10% der Bahnen entfallen auf das Intervall 30° bis 60° . In günstigen Fällen haben auch die Bahnen mit Inklinationen $i \geq 60^\circ$ einen Anteil von 6% (Polkugel-Fächer) bei der Bildung der ekliptikalen Dichte. Bei den Polloch-Modellen schrumpft dieser Anteil auf $\sim 1\%$ zugunsten der kleineren Inklinationen.

Fokussierung der Teilchenströme

Zur Veranschaulichung soll die Verdichtung der interplanetaren Staubflüsse durch das Gravitationsfeld der Erde im Sinne eines doppelten Zweikörperproblems behandelt werden. Dabei interessieren hier nur die Mittelwerte dieses Verhältnisses $\langle j(r_E)/j(\infty) \rangle$, wenn $j(r_E)$ die Staubflußdichte in Satellitenhöhe, für die der Erdradius r_E angenommen wird, und $j(\infty)$ die interplanetare Staubflußdichte ohne Störung durch das irdische Gravitationsfeld ist. Shelton et al. (Shelton et al., 1964) zeigen, daß die Lösung dieses Problems mit der früher von Singer (Singer, 1961) beschafften Lösung des isotropen Staubflusses im Unterschied zu dem hier als monodirektional angenommenen Staubfluß zusammenfällt. Danach ist $\langle j(r_E)/j(\infty) \rangle$ einfach identisch dem Verhältnis der kinetischen Energien der Partikeln im interplanetaren Raum außerhalb der Wirkungssphäre und ihrer kinetischen Energien auf Satellitenhöhe. Sind die Geschwindigkeiten der Partikeln, die eine Inklination i besitzen, im geozentrischen System $v(\infty)$

beim Eintritt in die Wirkungssphäre und $v(r_E)$ auf Satellitenhöhe, dann ist

$$F(i) = < \frac{j(r_E)}{j(\infty)} > = \left(\frac{v(r_E)}{v(\infty)} \right)^2 \quad (12.2.1.A)$$

Betrachtet man zur Orientierung wieder den Fall kreisförmiger Keplerbahnen, dann findet man gemäß (12.2.1.A) für Bahnen von $i=5^\circ$ noch Faktoren von ~ 20 , die dann über ~ 3 bei 15° für hochinklinative und retrograde Bahnen auf annähernd 1 abfallen.

12.2.2. Statistische Unschärfen

Da die Fokussierung der Teilchenströme in jedem Fall zu einer Vergrößerung der Teilchenanzahl N_D führt, die auf den Detektor fällt und damit zu einer Reduktion der Unschärfe, stellt die Betrachtung der unmittelbar aus den ekliptikalischen Verteilungsdichten resultierenden Teilcheneinschläge den ungünstigsten Fall dar. Für größere Inklinationen $i > 30^\circ$ trifft sie die Verhältnisse weitgehend. Da die Erde einen monodirektionalen Teilchenfluß mit ihrem Körper für einen dahinterstehenden Satelliten abschattet, wird angenommen, daß der Detektor nur in der Hälfte der Satellitenperiode Teilcheneinschläge registriert.

Wir fassen die Ströme in Abhängigkeit von ihrer Inklination jeweils in drei Klassen I, II, III von Inklinationsintervallen $[0^\circ, 30^\circ]$, $[30^\circ, 60^\circ]$ und $[60^\circ, 90^\circ]$ ohne Berücksichtigung der Orientierung ihrer Bahnen zusammen und berechnen die kumulativen Einschlagszahlen der Partikeln N_D mit ihren statistischen Fehlern in diesen drei Klassen. Nehmen wir eine Teilchenzahldichte von $2 \cdot 10^{-10} \text{ m}^{-3}$ an, eine Detektorfläche $A = 10 \text{ m}^2$ sowie Einschlagsgeschwindigkeiten in I von $\Delta v_I = 10 \text{ km/s}$, in II $\Delta v_{II} = 20 \text{ km/s}$ und in III $\Delta v_{III} = 30 \text{ km/s}$ an, dann lassen sich gemäß den ekliptikalischen Inklinationsdichten zwei typische Szenarien finden. Einmal ist dies eine Verteilungsdichte (Szenario 1), die einen relativ großen Anteil polnaher Bahnen, zusammengefaßt in Klasse III, von 5% besitzt. Auf die Klasse I entfällt 80% und auf II 15% der Gesamtverteilung. Szenario 2 enthält in Klasse III entsprechend den Polloch-Modellen nur 1% der Gesamtverteilung. Klasse I und II besitzen 89% bzw. 10%.

Nach 5 Jahren lassen sich die relativen statistischen Fehler im Szenario 1 in allen Klassen auf <10% reduzieren. Im Szenario 2 ist eine Reduktion der Unschärfe auf ~10% erst nach einer Meßzeit von 10 Jahren aufgrund der genauen Anzahl polarer Bahnen in Klasse III möglich. In allen anderen Klassen von Szenario 1 und 2 ist der relative statistische Fehler $\leq 5\%$. Daher ist ein 10-jähriger Meßzyklus angeraten bzw. eine entsprechende Vergrößerung der Detektorflächen.

12.2.3. Wirkung der Ungenauigkeit im Bahnelement Inklination

Eigentlich wird die fokussierte ekliptikale Verteilungsdichte $N_E^*(i)$ gemessen:

$$N_E^*(i) = \frac{N(i)}{\sin i} \quad F(i) \quad (12.2.3.A)$$

Durch eine falsche Zuordnung von i um $\pm \Delta i$ wird daher nicht nur der Verteilungsdichte $N(i)$ eine andere Inklination $i \pm \Delta i$ zugeordnet, sondern auch ein anderer Faktor $\sin(i \pm \Delta i)/F(i \pm \Delta i)$. Dann wird die ursprüngliche Verteilungsdichte $N(i)$ im ungünstigsten Fall auf eine um einen Faktor $F(i)/\sin i \cdot \sin(i \pm \Delta i)/F(i \pm \Delta i)$ modifizierte Verteilungsdichte abgebildet.

Die Abb. 12.2.3.a. zeigt die relativen Abweichungen der modifizierten Verteilungsdichte zur ursprünglichen für eine Unschärfe in der Inklination von $\Delta i = 1^\circ$ und $\Delta i = 2^\circ$. Aufgrund des starken Anstiegs in der Fokussierung für ekliptikale Bahnen, steigen die Abweichungen für ekliptiknahe Bahnen ebenso an. Dieser Effekt wird noch durch den Term $\sin(i \pm \Delta i)/\sin i$ verstärkt. Dies führt zu einer vollständigen Zerstörung der ursprünglichen Dichteverteilung für Bahnen ekliptiknaher Inklination. Selbst für Bahnen, deren Inklinationen zwischen 15° und 30° liegen, steigt die Unschärfe zur Identifikation der Verteilungsdichte $N(i)$ bei einem Fehler von $\Delta i = 2^\circ$ auf Werte von ~50%. Bei Abweichungen von $\Delta i = 1^\circ$ reduziert sich die Differenz auf ~20%. Innerhalb des Intervalls von 30° bis 60° liegt die relative Unschärfe für $\Delta i = 2^\circ$ bei ~10% und für $\Delta i = 1^\circ$ bei ~5%. Erwartungsgemäß wird die Unschärfe für polare Bahnen vernachlässigbar, so daß hier relative Abweichungen von ~3% bei $\Delta i = 2^\circ$ und von ~1% bei $\Delta i = 1^\circ$ zu erwarten sind. Ekliptiknahe Bahnen ($i < 15^\circ$), deren statistischer Fehler

aufgrund der großen Partikelanzahl sehr klein ist, werden infolge der Meßungenauigkeit nicht für die Auswertung herangezogen.

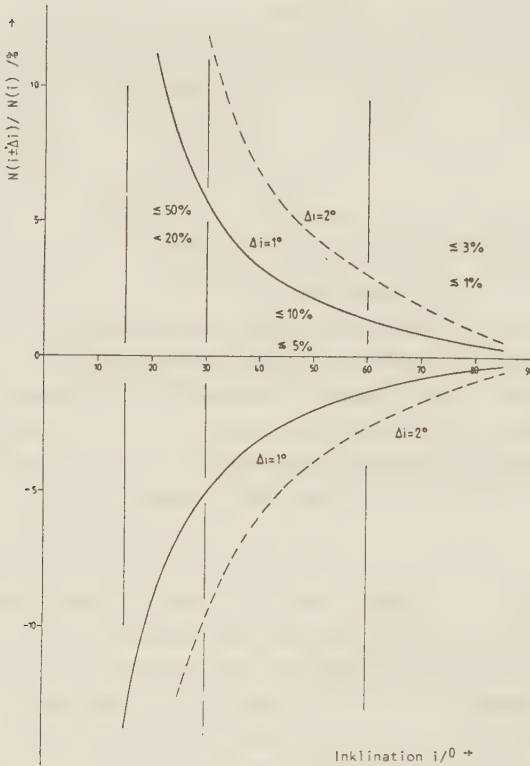


Abb. 12.2.3.a.:

Relative Abweichungen der Inklinationsverteilungsdichte $N(i \pm \Delta i) / N(i) \%$ durch den Faktor $\frac{F(i)}{\sin i}$ $\frac{\sin(i \pm \Delta i)}{F(i \pm \Delta i)}$

für eine gröbere Bestimmung der Inklination $\Delta i = 2^\circ$ (---) und eine feinere $\Delta i = 1^\circ$ (-). Die Intervalle Ib, II und III sind durch vertikale Linien besonders gekennzeichnet. Die maximalen Abweichungen in den Intervallen werden auch angegeben. Die größere Zahl bestimmt den Fall groberer Messung der Inklination.

Daher betrachten wir die Verhältnisse zwischen den integralen Inklinationsdichten aus dem Intervall $I_b = [15^\circ, 30^\circ]$ und den Intervallen $I_I = [30^\circ, 60^\circ]$ sowie $I_{II} = [60^\circ, 90^\circ]$. (Entsprechend ist $I_a = [0^\circ, 15^\circ]$)

12.3. Unterscheidung zwischen den unterschiedlichen Inklinationsverteilungsdichten durch den Mikrometeoritendetektor auf der Satellitenplattform SPACE STATION

Für alle Inklinationsverteilungsdichten $N(i)$ sind die integralen Verteilungsdichten N_{Ib} , N_{II} und N_{III} gebildet worden. Die Abb. 12.3.a. (Sombbrero) und b (Polloch-Fächer) zeigen histogrammartige integrale Inklinationsverteilungsdichten N_{Ib} , N_{II} und N_{III} . Ihre Diskussion ergibt

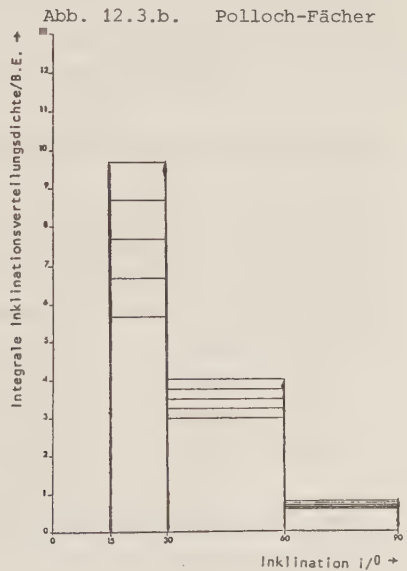
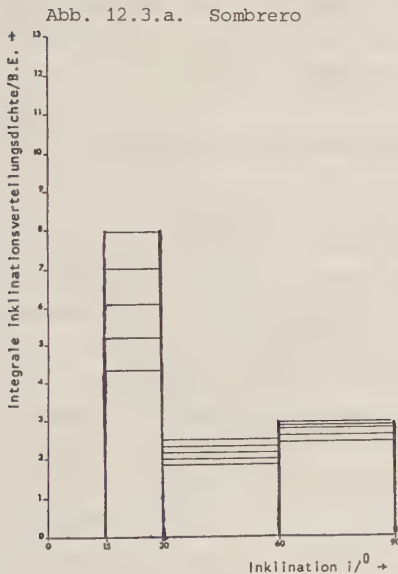


Abb. 12.3.a. - b.:

Integrale Inklinationsverteilungsdichten N_{Ib} , N_{II} und N_{III} (in beliebigen Einheiten). Der mittlere waagerechte Balken gibt die unverrauschten integralen Dichten an. Die beiden zum mittleren Balken benachbarten Balken beschreiben die integrale Dichte nach Abzug bzw. Hinzufügen von Randintervallen $\Delta i = 1^\circ$ und die beiden außen liegenden Balken von Randintervallen $\Delta i = 2^\circ$.

sich aus der Darstellung in 8. Auffällig ist, daß mit dieser Intervalleinteilung die Gestalt der Modelle erhalten bleibt, so sind die Polloch-Modelle unmittelbar an der geringen integralen Inklinationsverteilungsdichte N_{III} oder das Minimum des Sombrero-Modells bei mittleren Inklinationen an der minimalen integralen Verteilungsdichte N_{II} zu erkennen. Weiter sind die integralen Verteilungsdichten durch den Abzug bzw. das Hinzufügen der integralen Inklinationsverteilungsdichten aus den Randintervallen "verschmiert" worden. Die Abbildungen 12.3.a. und b zeigen dies für die Randintervalle $\Delta i = 1^\circ$ und $\Delta i = 2^\circ$. Dies entspricht der Wirkung einer Meßungenauigkeit in der Inklination. Größenordnungsmäßig liegen diese "Verschmierungen" der Verteilung für Unschärfen von $\Delta i = 2^\circ$ im Intervall II bei $\sim 15\%$ und bei $\Delta i = 1^\circ \sim 3\%$. Beim Intervall I_b muß man sogar mit $\sim 30\%$ für $\Delta i = 2^\circ$ und $\sim 15\%$ bei $\Delta i = 1^\circ$ entsprechend der geringeren Intervallbreite rechnen. Die Diskussion soll nun anhand der Verhältnisse N_{Ib}/N_{II} , N_{Ib}/N_{III} und N_{II}/N_{III} zwischen den integralen Inklinationsverteilungsdichten erfolgen. Zur Betrachtung der normierten Verteilungen müßte die gesamte Verteilung bekannt sein.

12.3.1. Unterscheidungen bei gröberer Bestimmung der Inklination

Es werden zunächst die Verhältnisse für $\Delta i = 2^\circ$ diskutiert. Die Abb. 12.3.1.a. zeigt zunächst die Quotienten N_{Ib}/N_{II} . Danach sind die Verhältnisse für die breiten Fächer-Modelle (z.B. klassischer Fächer) besonders klein, während die Polloch-Modelle aufgrund der Konzentration ihrer Bahninklinationen zur Ekliptik größere Verhältnisse aufweisen. Daß das Original Sombrero-Modell fast die größten Verhältnisse aufweist, liegt daran, daß dieses bei mittleren Inklinationen in deren Dichteverteilung ein Minimum besitzt (8.3.1.). Da sich die Verhältnisse von Modell zu Modell so stark nicht unterscheiden, überlappen sich alle Verhältnisintervalle, so daß lediglich bei sehr großen Verhältnissen N_{Ib}/N_{II} nur noch das Sombrero- und das infrarote extreme Fächer-Modell in Frage kommen.

Stellt man die integrale Verteilungsdichte N_{Ib} ins Verhältnis zur integralen Verteilungsdichte N_{III} des letzten Intervalls, dann zeigen ihre Quotienten N_{Ib}/N_{III} (vgl. Abb. 12.3.1.b.) eine größere Dispersion, in der sich besonders die unterschiedlichen isotropen Komponenten geltend machen, so daß Polloch-Modelle in ihren Quotienten von den anderen gut

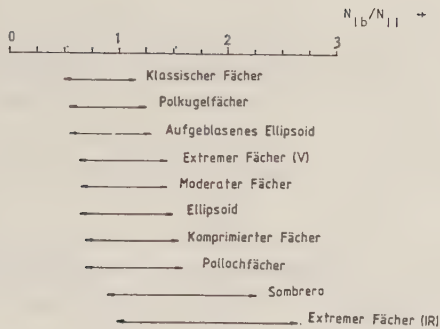


Abb. 12.3.1.a.:

Darstellung der Quotienten N_{ib}/N_{II} für die integralen Inklinationsverteilungsdichten. Die obere Achse beschreibt das gesamte Intervall auftretender Verhältnisse N_{ib}/N_{II} . Die darunter liegenden Balken geben jeweils das Spektrum für N_{ib}/N_{II} der unterschiedlichen Modelle an. In diesem Fall ist nur der Abzug bzw. das Hinzufügen von Randintervallen $\Delta i = 2^\circ$ berücksichtigt worden.

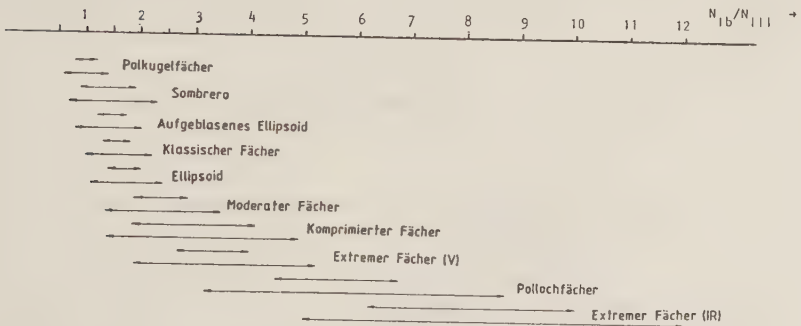


Abb. 12.3.1.b.:

Darstellung der Quotienten N_{ib}/N_{III} für die integralen Inklinationsverteilungsdichten. Die obere Achse beschreibt das gesamte Intervall auftretender Verhältnisse N_{ib}/N_{III} . Die darunter liegenden Balkenpaare kennzeichnen jeweils das Spektrum auftretender Verhältnisse N_{ib}/N_{III} bei einer Meßgenauigkeit $\Delta i = 2^\circ$ der unterschiedlichen Modelle. Der kürzere Balken gibt das Spektrum nach Berücksichtigung nur des Abzugs bzw. Hinzufügens der Randintervalle an. Der längere Balken des Paares zeigt das Spektrum nach Berücksichtigung auch der unter 12.2.3. dargestellten Wirkungen der Unschärfen in der Inklination. Für die Modelle komprimierter, extremer (V und IR) und Polloch-Fächer wird auch eine statistische Unschärfe von 10% in der integralen Inklinationsverteilungsdichte N_{III} angenommen.

unterschieden werden können. Bedenkt man aber, daß die integrale Verteilungsdichte N_{Ib} wegen der Meßgenauigkeit von i nur bis auf 50% und die polare integrale Verteilungsdichte bei den Polloch-Modellen aufgrund der statistischen Unsicherheiten nur auf 10% genau bestimmbar ist, dann lassen sich die einzelnen Modelle schwerer trennen.

Im wesentlichen kann man dann zwischen Modellen mit kleinen Verhältnissen $N_{Ib}/N_{III} \leq 3$, wie dem Polkugelfächer-, Sombrero-, aufgeblasenem Ellipsoid- und klassischem Fächer-Modell und denen, die auch Verhältnisse $N_{Ib}/N_{III} \geq 5$ zulassen, wie dem komprimierten Fächer-, optischen und infraroten extremen Fächer- sowie dem PolloCHFächer-Modell unterscheiden. Das infrarote extreme Fächer-Modell läßt sich sogar von der ersten Gruppe vollständig trennen, da es nur Verhältnisse $N_{Ib}/N_{III} \geq 3$ zuläßt. In beide Gruppen reichen die übrigen Modelle hinein.

Die Abb. 12.3.1.c. zeigt schließlich die Quotienten N_{II}/N_{III} für die verschiedenen Modelle. Die größeren Intervalle berücksichtigen wieder einen Fehler von 10%, resultierend aus der Unschärfe in der Bestimmung der Inklination und für die Polloch-Modelle wegen der statistischen Unschärfe einen weiteren Fehler von 10%. Aufgrund der relativ geringen Fehler kann man daher auch erwarten, daß die Auflösung zwischen den Modellen recht gut ist.

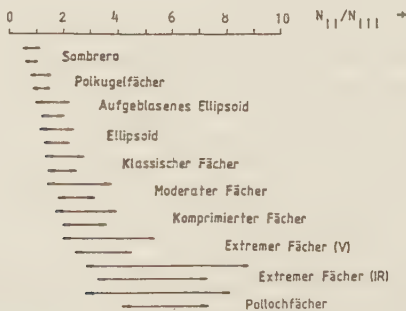


Abb. 12.3.1.c.:

Darstellung der Intervalle für die Quotienten N_{II}/N_{III} für die integralen Inklinationsverteilungsdichten bei einer Meßgenauigkeit $\Delta i = 2^\circ$ (vgl. Abb. 12.3.1.b.).

Zunächst fällt auf, daß sich Sombrero-Modelle sehr gut an den Quotienten 1 erkennen lassen, was eine Folge des Minimums bei mittleren Inklinationen ist.

Auch die Verhältnisse $1 \leq N_{II}/N_{III} \leq 1,5$ beschränken sich auf drei Modelltypen: das Kugelfächer-Modell, welches für große Inklinationen $i > 30^\circ$ weitgehend konstant ist und beide Ellipsoid-Modelle. Die beiden letzten können aber durchaus Verhältnisse > 2 besitzen, so daß das klassische Ellipsoid-Modell hier weitgehend mit dem klassischen Fächer-Modell übereinstimmt. Dies ist Folge dessen, daß die Änderung der Inklinationsdichte in beiden Fällen für Inklinationen $i > 30^\circ$ kaum voneinander abweicht.

Mit dem moderaten Fächer-Modell treten kleinere polare Komponenten auf, so daß die Verhältnisse weiter wachsen ($N_{II}/N_{III} \leq 4$). Das komprimierte Fächer-Modell kommt dem moderaten notwendigerweise sehr nahe. Mit den Polloch-Modellen treten sehr große Verhältnisse $N_{II}/N_{III} \leq 9$ auf. Während das extreme Fächer-Modell (IR) und das Polloch-Fächer-Modell sich auch von allen Modellen, deren Verhältnis $N_{II}/N_{III} \leq 3$, wie z.B. beim klassischen Fächer, ist, unterscheiden, kann man das extreme Fächer-Modell (V) von der Gruppe der Fächer-Modelle nur schwer diskriminieren.

Es ist zu erwarten, daß eine Meßgenauigkeit, die eine Bestimmung der Inklination auf $\Delta i = 1^\circ$ möglich macht, weitere Diskriminationsfähigkeiten besitzt.

12.3.2. Unterscheidungen bei genauerer Bestimmung der Inklination

Wieder werden die Verhältnisse der integralen Inklinationsverteilungsdichten untersucht. Die Abb. 12.3.2.a. zeigt die **Verhältnisse N_{Ib}/N_{II}** für die vorgestellten Verteilungen. Die Dispersion der Verhältnisse ist nach Berücksichtigung einer relativen Unschärfe von 20% in Ib und 5% in II aufgrund des Fehlers in der Inklination von $\Delta i = 1^\circ$ groß. Bis auf das Sombrero- und das extreme Fächer-Modell (IR) fallen alle Verhältnisintervalle für $N_{Ib}/N_{II} \leq 1$ zusammen. Das Verhältnisintervall $1 \leq N_{Ib}/N_{III} \leq 1,3$ wird sogar von allen Modellen geteilt. Lediglich die Verhältnisse $N_{Ib}/N_{III} \gtrsim 1,8$ bleiben allein dem Sombrero- und extremen Fächer-Modell (IR), vorbehalten. Die Steigerung in der Genauigkeit der

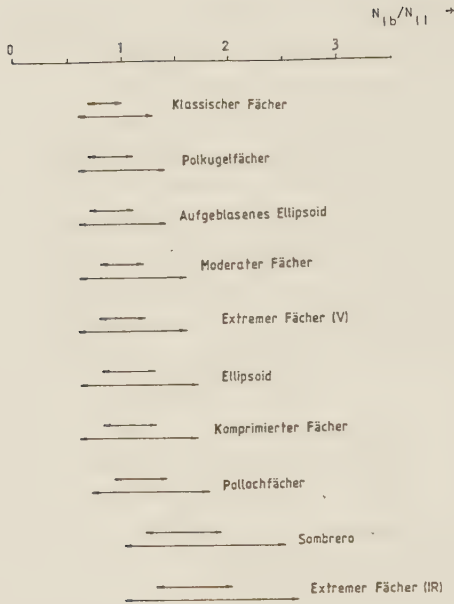


Abb. 12.3.2.a.:

Darstellung der Intervalle für die Quotienten N_{Ib}/N_{III} der integralen Inklinationsverteilungsdichten bei einer Meßgenauigkeit $\Delta I = 1^\circ$ (vgl. Abb. 12.3.1.b.).

Inklination ist hier unbedeutend, da sich die Ausgangsverhältnisse im Modell nicht so stark unterscheiden.

Bei den **Verhältnissen** N_{Ib}/N_{III} sind Unschärfen von 20% in der Bestimmung von N_{Ib} und 10% bei N_{III} für die Polloch-Modelle aufgrund statistischer Fehler berücksichtigt worden (vgl. Abb. 12.3.2.b.). Verhältnisse $N_{Ib}/N_{III} < 1$ nehmen nur die drei Modelle Polkugelfächer- bis aufgeblasenes Ellipsoid-Modell an, da in diesen Fällen beide Intervalle ähnlich viele Bahnen beisteuern.

Verhältnisse $1 \leq N_{Ib}/N_{III} \leq 2$ werden von Sombrero-Modell den Ellipsoid- und eigentlichen Fächer-Modellen in einer Reihenfolge fallender isotroper Komponenten angenommen. Wieder fällt auf, daß das klassische Fächer- und das Ellipsoid-Modell kaum unterscheidbar sind, was auf den schon zitierten ähnlichen Verlauf beider für große Inklinationen zurückzuführen ist. Mit

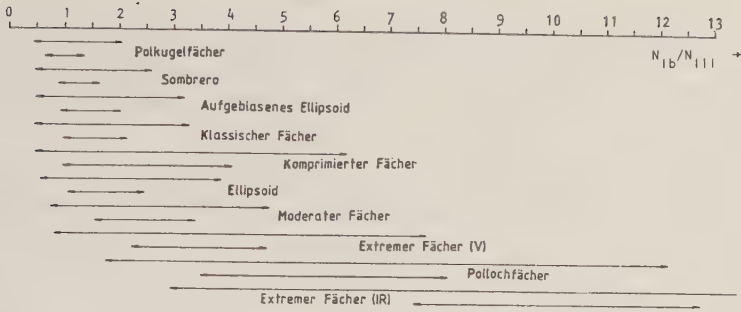


Abb. 12.3.2.b.:

Darstellung der Intervalle für die Quotienten N_{Ib}/N_{III} der integralen Inklinationsverteilungsdichten bei einer Meßgenauigkeit $\Delta i = 1^\circ$ (vgl. Abb. 12.3.1.b.).

dem komprimierten Fächer-Modell mit $N_{Ib}/N_{III} \lesssim 5$ wird auch die Sequenz der Polloch-Modelle eingeleitet, die sehr große Verhältnisse $N_{Ib}/N_{III} \lesssim 12$ umfassen können, so daß bei Verhältnissen $N_{Ib}/N_{III} \gtrsim 5$ nur noch das PolloCHFächer- und extreme Fächer-Modell in Frage kommen.

Schließlich präsentiert die Abb. 12.3.2.c. die Quotienten N_{II}/N_{III} . Da sich für N_{II} lediglich ein Fehler von 5% und im Fall der Polloch-Modelle für N_{III} einer von 10% ansetzen läßt, sollte die Auflösung zwischen den Modellen noch besser sein.

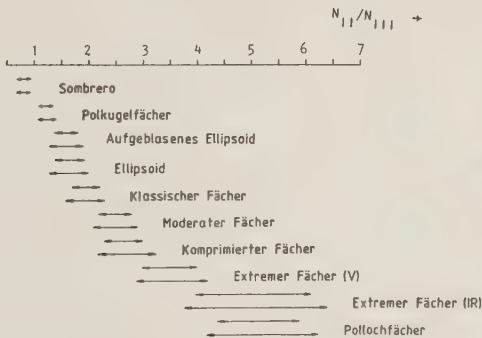


Abb. 12.3.2.c.:

Darstellung der Intervalle für die Quotienten N_{II}/N_{III} der integralen Inklinationsverteilungsdichten bei einer Meßgenauigkeit $\Delta i = 1^\circ$ (vgl. Abb. 12.3.1.b.).

Völlig getrennt von den übrigen Modellen steht hier das Sombrero-Modell, das allein aufgrund seines Minimums bei mittleren Inklinationen $N_{II}/N_{III} < 1$ aufweist. Auch separiert von den anderen Modellen ist das Kugelfächer-Modell, das wegen seines weitgehend konstanten Verlaufs für größere Inklinationen Quotienten, die wenig größer als 1 sind, besitzt. Kaum zu unterscheiden sind aber beide Ellipsoid-Modelle ($1,5 \leq N_{II}/N_{III} \leq 2$). Die beiden Modelle unterscheiden sich zwar in der absoluten Größe ihrer Verteilungsdichten, jedoch ist der Abfall der Verteilungsdichten für $i > 30^\circ$ in beiden Modellen ähnlich, so daß es die integralen Inklinationsdichten N_{II} und N_{III} auch sind. Endlich macht sich auch der etwas stärkere Abfall des Fächer- gegenüber dem Ellipsoid-Modell geltend, dessen Quotient der scharfen integralen Verteilungsdichten N_{II} und N_{III} um $\sim 15\%$ kleiner ist. Aufgrund der geringeren isotropen Komponente des moderaten und komprimierten Fächer-Modells sind beide weitgehend getrennt vom klassischen Fächer-Modell. Voneinander unterscheiden sich moderates und komprimiertes Fächer-Modell erwartungsgemäß kaum. Entsprechend der wiederum reduzierten isotropen Komponente im extremen Fächer-Modell (V), die einen Quotienten der scharfen integralen Verteilungsdichten von $\sim 3,5$ verlangt, liegen die Quotienten nach Berücksichtigung der Fehler zwischen ~ 3 und ~ 4 , so daß auch eine gute Trennung von den anderen Modellen möglich ist. Dies gilt auch für die beiden extremen Polloch-Modelle: Extremer Fächer (IR) und PolloCHFächer. Beide sind voneinander kaum zu unterscheiden, da die Verhältnisse der scharfen integralen Inklinationsdichten kaum voneinander abweichen.

Endlich können Unterscheidungen zwischen einer Vielzahl von Modellen getroffen werden durch die Aufstellung nur eines Verhältnisses. Zur Unterscheidung zwischen dem klassischen Fächer-Modell und dem Ellipsoid-Modell fehlt aber die Information der ekliptiknahen Bahnen, bei denen das Ellipsoid-Modell sein Maximum besitzt, während das Fächer-Modell sein Maximum erst bei 15° besitzt. Durchaus signifikant hierbei ist das Verhältnis der integralen Inklinationsdichten N_{Ia} und N_{Ib} . Ohne Berücksichtigung von Fehlern wird $N_{Ia}/N_{Ib} = 1,4$ für das Ellipsoid-Modell und $N_{Ia}/N_{Ib} = 0,7$ für das klassische Fächer-Modell. Sollen beide voneinander getrennt werden, dann dürfen die Fehler für die integralen Verteilungsdichten 30% nicht überschreiten. Dies ist aber nur möglich, wenn Δi genauer als 1° bestimmt werden kann. Inwiefern dies möglich ist, wird die künftige Detektorenentwicklung zeigen.

Zur Unterscheidung von infrarotem Fächer-Modell und Pollochfächer-Modell benutzen wir die Existenz von retrograden Bahnen in der isotropen Komponente.

12.3.3. Retrograde Bahnen als Mittel der Unterscheidung

Die integrale Verteilungsdichte der Teilchen auf retrograden Bahnen N_{RET} läßt sich sehr genau bestimmen, da die Partikeln einmal sehr hohe Relativgeschwindigkeiten (~ 40 km/s) bezüglich der Erde besitzen, so daß eine Fokussierung kaum stattfindet, und die Identifikation ihrer Inklinationen ist aufgrund der hohen Geschwindigkeit auch eindeutig. Der wesentliche Fehler wird hier also aus der statistischen Unsicherheit der Teilchenzahl resultieren. Diese beträgt für den ungünstigsten Fall, dem extremen Fächer-Modell (IR), aufgrund seiner geringen isotropen Komponente $\sim 10\%$ nach einer Meßzeit von 10 y. Die integrale Verteilungsdichte der Partikeln auf retrograden Bahnen nach den anderen Modellen läßt sich entsprechend der stärkeren isotropen Komponente genauer feststellen. Der statistische Fehler ist $\sim 5\%$ für alle außer den Polloch-Modellen.

Die integrale Verteilungsdichte retrograder Bahnen soll nun der Gesamtheit aller Bahnen im Inklinationsintervall von 30° bis 90° ohne Berücksichtigung der Bahnorientierung gegenübergestellt werden. Diese Größe läßt sich bei einer Genauigkeit in der Inklination von $\Delta i = 1^\circ$ auf wenigstens 5% genau bestimmen. Die Verhältnisse $N_{\text{RET}}/(N_{\text{II}}+N_{\text{III}})$ gibt die Abb. 12.3.3.a. wieder. Danach werden im wesentlichen die Ergebnisse aus Abb. 12.3.2.c. bestätigt, wo die Verhältnisse $N_{\text{II}}/N_{\text{III}}$ gezeigt werden. Das Maximum von $N_{\text{RET}}/(N_{\text{II}}+N_{\text{III}})$ sollte dann auftreten, wenn N_{II} und N_{III} vollständig aus der isotropen Komponente gebildet werden, so daß $N_{\text{RET}}/(N_{\text{II}}+N_{\text{III}}) = 58\%$ ist. Erwartungsgemäß trifft dies auf das Sombrero-Modell zu, das aufgrund der genannten Fehler sogar größere Werte zuläßt. Die anderen Modelle folgen dann in bekannter Reihenfolge. Das einzige Neue ist, daß im Fall des Pollochfächer-Modells überhaupt keine retrograden Bahnen auftreten können, während der Anteil der retrograden Bahnen zu der Gesamtheit aller Bahnen mit $30^\circ \leq i \leq 90^\circ$ beim extremen Fächer (IR) doch wenigstens 10% betragen sollte. Anhand dieses Kriteriums ist damit auch eine Unterscheidung zwischen allen Polloch-Modellen möglich.

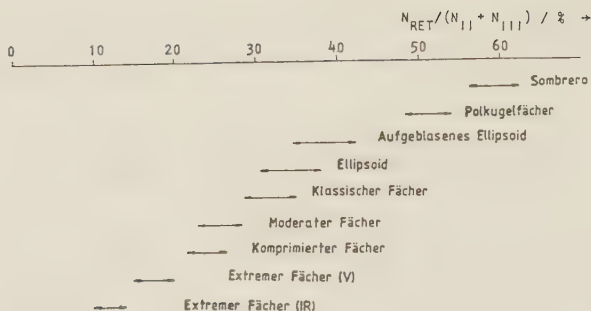


Abb. 12.3.3.a.:

Darstellung der Intervalle für die Quotienten $N_{RET} / (N_{II} + N_{III}) / \%$ der integralen Verteilungsdichten bei einer Meßgenauigkeit $\Delta i = 1^\circ$. Die Balken geben das Spektrum von $N_{RET} / (N_{II} + N_{III}) / \%$ für die einzelnen Modelle an, wenn man die in 12.3.3. dargestellten Unschärfen berücksichtigt.

Diese Betrachtungen haben gezeigt, daß eine Diskrimination zwischen den verschiedenen Modellen der zodiakalen Verteilungen mit dem Mikrometeoritendetektor auf der Satellitenplattform SPACE STATION durchaus möglich ist. Implizit sind damit auch die Schwachstellen des Experiments angesprochen worden, die in der Erdnähe der Satellitenbahn liegen. Dies führt besonders zur Berücksichtigung des Fokussierungseffektes durch das Erdschwerefeld, was zu den dargestellten Schwierigkeiten in der Interpretation der Ergebnisse führt.

Zusammenfassung

Da der Mikrometeoritendetektor Cosmic Dust Facility auf der Satellitenplattform SPACE STATION die Vektoren der Relativgeschwindigkeit mißt, lassen sich aus diesen Messungen auch die Bahnelemente der Partikeln, so besonders auch die Inklination ableiten. Wir haben darauf hingewiesen, daß alle zodiakalen Partikeln die ekliptikale Ebene in ihrem Bahnknoten kreuzen, so daß sich unter Berücksichtigung der Beobachtungsauswahleffekte die Inklinationsverteilungsdichte $N(i)$ bestimmen läßt. Damit kann ein in der ekliptikalen Ebene fliegendes Raumfahrzeug über die Messung der Verteilungsdichte $N(i)$ auch die breitenabhängige Funktion $f(\beta_0)$ vollständig festlegen.

Bei Beachtung der Auswahleffekte, nämlich der ekliptikalen Aufenthaltswahrscheinlichkeit der Partikeln und ihrer Fokussierung im irdischen Gravitationsfeld aufgrund der Erdnähe des Detektors sowie einer meßtechnischen Unschärfe für die Festlegung der Inklination von $\Delta i = 1^\circ$ und einer statistischen Unschärfe, die die Unbrauchbarkeit der ekliptikalen Bahnen $i < 15^\circ$ zur Festlegung der Verteilung $N(i)$ verlangen, zeigen wir, daß mit dem Experiment Unterscheidungen zwischen allen Modellen bis auf den klassischen Fächer und das Ellipsoid getroffen werden können.

13. DISKUSSION DER ERGEBNISSE UND AUSBLICK

Ausgangspunkt dieser Arbeit ist die Vielfalt der dreidimensionalen zodiakalen Anzahldichteverteilungen, die sich besonders oberhalb der solaren Pole nach Anzahlverdichtungen (Polkugeln), Anzahlverdünnungen (Pollöcher) oder völlig andersartigen Verteilungen (Mehrfachkelche) unterscheiden (vgl. 3.).

Dieser statischen Beschreibung durch Anzahldichten stellen wir deren Erklärung durch die Bewegung der zodiakalen interplanetaren Staubpartikeln gegenüber. Dazu zeigen wir auf exakte und physikalisch einsichtige Weise, wie sich die Partikelanzahldichten auf die Verteilung der Großen Halbachsen, der Exzentrizitäten und Inklinationen der Teilchenbahnen zurückführen lassen (vgl. 5.).

Mit der Bestimmung dieser Verteilungen leistet diese Arbeit einen Beitrag einmal über die Gültigkeit der vorliegenden Anzahldichteverteilungen und zum anderen werden die Voraussetzungen zur Analyse weiterer Beobachtungen und Experimente zum zodiakalen Staub geliefert.

So läßt die **Verteilung der Großen Halbachsen** erkennen, daß die Potenzfunktion, die den vom solaren Abstand abhängigen Anzahldichteanteil charakterisiert, Exponenten $\nu > 1$ besitzen sollten (vgl. 6.). Gerade die **Verteilungen der Inklinationen**, die wir mit neuen analytischen und numerischen Methoden aus dem von der ekliptikalen Breite abhängigen Anzahldichteanteil entwickelt haben (vgl. 7.), legen ihrerseits fest, ob diese Anzahldichteverteilungen sinnvoll sind.

So erkennen wir, daß die Anzahldichten größerer ekliptikaler Breite eine Mindestanzahldichte in den niedrigeren festlegen. Dies führt zum Ausschluß der Mehrfachkelch-Modelle und sollte bei künftigen Anpassungen von Anzahldichteverteilungen an die Zodiakallichtbeobachtungen immer berücksichtigt werden (vgl. 8.). Weiter decken wir auf, daß die zodiakalen Inklinationsverteilungsdichten für alle Modelle aus einer Superposition eines Anteils mit einem ekliptiknahen Maximum und einem isotropen Hintergrund gebildet werden, der zur Hälfte auch retrograde Bahnen enthält. Da die zodiakale Wolke, wie verschiedene Experimente und

dynamische Betrachtungen zeigen, nur zum geringen Teil retrograde Bahnen enthält, schließen wir Modelle mit einem großen Anteil retrograder Bahnen, wie das optimale Sombrero-Modell, aus (vgl. 8.).

Es wird gezeigt, daß die Inklinationsverteilungsdichte der meteoroidischen Wolke, der Quellenwolke der zodiakalen, von dieser deutlich durch einen größeren Anteil retrograder Bahnen unterschieden ist, so daß die vorhandene dynamische Identifikation von zodiakaler und meteoroidischer Wolke zurückgewiesen wird (vgl. 8.).

Die aufgestellten Verteilungen der Großen Halbachsen und Inklinationen machen zunächst eine Untersuchung der Dopplerverschiebungen der Fraunhoferlinien im am zodiakalen Staub gestreuten Sonnenlicht in Hinblick auf die Verteilung der Exzentrizitäten möglich (vgl. 9.). Wir geben dazu einen vollständigen Formalismus an, der die Streueigenschaften in Form einer empirischen Streufunktion berücksichtigt. Die Gegenüberstellung der Modellrechnungen von Dopplerverschiebungen zu den jüngsten Beobachtungen bestätigt den geringen Anteil retrograder Bahnen. Aber die Auflösung der vorhandenen Messungen reicht nicht aus, um die Exzentrizitäten zu bestimmen.

Betrachtet man die Bewegung zodiakaler Partikeln unter Wirkung des Poynting-Robertson-Effektes, die ihren Ausgangspunkt bei den Bahnen ihrer Quellen, den Meteoroiden, nimmt, dann ist eine Exzentrizität zodiakaler Partikelbahnen $0 \leq e \leq 0,5$ zu berücksichtigen (vgl. 9.).

Als weitere Anwendung dieser dynamischen Untersuchungen ergibt sich die Analyse von Experimenten mit Mikrometeoriteneinschlagsdetektoren zur Unterscheidung der dreidimensionalen Anzahldichten zodiakaler Partikeln. Dazu haben wir zunächst die absolute Anzahldichte des zodiakalen Staubes aus den vorliegenden Experimenten mit Einschlagsdetektoren bestimmt.

Diese Experimente sind besonders auf dem Raumfahrzeug ULYSSES vorgesehen, das außerhalb der ekliptikalen Ebene fliegt. Dazu ist ein Kalkül zur Berechnung der Partikelströme für ein außerhalb der ekliptikalen Ebene fliegendes Raumfahrzeug entwickelt worden. Bei der Modellierung der Teilchenflüsse finden wir, daß der Einfluß der Exzentrizitäten auf diese

gegenüber dem der Großen Halbachsen und Inklinationen vernachlässigt werden kann. Auch die Auswahl effekte des Detektors sind gering.

Da die absolute Einschlagszahl zodiakaler Partikeln auf den Detektor selbst nach einer Beobachtungsdauer von $> 10y$ sehr klein ist (< 20 Partikeln), lassen sich wegen der statistischen Fehler bestenfalls stark zur ekliptikalen Ebene hin konzentrierte Anzahldichteverteilungen (z.B. extremer Fächer (IR)) oder stärker außerhalb dieser Ebene konzentrierte Modellverteilungen (z.B. klassischer Fächer, $\dot{v} = 1$), ausschließen. (Es ist daran zu erinnern, daß die Detektorfläche für die stärkeren Partikelströme kleiner interplanetarer Staubpartikeln ausgelegt worden ist.)

Schließlich decken wir auf, wie Experimente mit Einschlagsdetektoren, die die Relativgeschwindigkeit interplanetarer Staubpartikeln in bezug auf den Detektor messen, über die Bestimmung der Inklinationsverteilungsdichte $N(i)$ die gesamte außerekliptikale Verteilung $f(\beta_0)$ durch ausschließliche Messung in der ekliptikalen Ebene festlegen.

Bei der Anwendung auf den Detektor Cosmic Dust Facility auf der Satellitenplattform SPACE STATION berücksichtigen wir Auswahl effekte der ekliptikalen Aufenthaltswahrscheinlichkeit in Abhängigkeit von der Inklination und der Fokussierung der Partikeln im irdischen Gravitationsfeld bei einer Meßunschärfe $\Delta i = 1^\circ$ bzw. 2° für die Inklinationen. Es lassen sich bei einer Detektionsdauer von $\sim 10y$ dann Unterscheidungen zwischen allen Verteilungen bis auf den Fächer und das Ellipsoid treffen.

Dabei ist kritisch anzumerken, daß mit dem letzten Experiment die Gültigkeit der globalen Anzahldichteverteilung zodiakaler Partikeln auch in einem Volumenelement längs der Erdbahn vorausgesetzt wird, was durch das Experiment selbst nicht nachgewiesen wird. Dies kann im Prinzip nur durch eine interplanetare Raumsonde geschehen. Denkbar ist es durchaus, die in der ekliptikalen Ebene fliegenden interplanetaren Missionen CASSINI oder VESTA mit großflächigen Detektoren vom Cosmic Dust Facility-Typ auszurüsten, um die beschriebenen Experimente auszuführen. Dagegen spricht u.a. bislang die Wartungsbedürftigkeit dieser Detektoren.

In diesem Zusammenhang soll aber daran erinnert werden, daß auch Experimente, die die Streustrahlung oder thermische Emission der Partikeln detektieren (vgl. Giese et al., 1981), bei der geringen Anzahldichte des zodiakalen Staubes geeignet sind, um die dreidimensionale Verteilung des zodiakalen Staubes zu erkunden. So kann der Weitwinkelkoronograph (LASCO) auf dem Satelliten SOHO, der die solare Umgebung ($\epsilon \leq 10^\circ$) beobachten soll, einen Beitrag in dieser Richtung leisten.

14. LITERATUR

- Abramowitz, M. and Stegun, I.A. (eds.), 1965: Handbook of Mathematical Functions with Formulas, Graphs, and Mathematical Tables. Dover, New York, 9. Auflg.
- Andreev, V.V., Belkovich, O.I., 1985: Distribution of the Meteor Matter in Distance 1 AU from the Sun. Paper presented at the General Assembly IAU (New Delhi, 1985).
- Arnold, J.R., 1965: The Origin of Meteorites as Small Bodies. II. The Model. *Astrophys. J.*, **141**, 1536-1547.
- Auer, S., 1975: Two High Resolution Velocity Vector Analyzers for Cosmic Dust Particles. *Rev. Sci. Inst.*, **46**, 127-135.
- Bandermann, L.W., 1968: Physical Properties and Dynamics of Interplanetary Dust. Ph.D. thesis, University of Maryland.
- Bandermann, L.W. and Wolstencroft, R.D., 1969: Interpretation of Doppler Shifts in the Zodiacal Light Spectrum. *Nature*, **221**, 251-253.
- Bandermann, L.W. and Wolstencroft, R.D., 1970: Three-body Capture of Interstellar Dust by the Solar System. *Mon.Not.R.Astron.Soc.*, **15**, 173-186.
- Bandermann, L.W. and Wolstencroft, R.D., 1971: Energy Changes in Close Planetary Encounters. *Mon.Not.R.Astron.Soc.*, **152**, 377-382.
- Barge, P., Pellat, R., and Millet, J., 1982: Diffusion of Keplerian Motions by a Stochastic Force. II. Lorentz Scattering of Interplanetary Dusts. *Astron. Astrophys.*, **115**, 8-19.
- Beresin, I.S. und Shidkow, N.P., 1970: *Numerische Methoden*, **1**, VEB Deutscher Verlag der Wissenschaften, Berlin.
- Blackwell, D.E., Dewhirst, D.W., and Ingham, M.F., 1967: The Zodiacal Light. *Advances in Astron.Astrophys.*, **5**, 1-69.
- Briggs, R.E., 1962: Steady-State Distribution of Meteoric Particles under the Operation of the Poynting-Robertson-Effect. *Astron. Journal*, **67**, 10, 710-723.
- Brownlee, D.E., 1978: Microparticle Studies by Sampling Techniques, in: *Cosmic Dust* (J.A.M. McDonnell, ed.), Wiley, Chichester, 295-336.
- Buitrago, J., Alvarez, P., Lopez, G., Mujica, A., and Sanchez, F., 1981: Method for Determining Dust Particle Density above the Ecliptic Plane. *Planet. Space Sci.*, **29**, 137-138.
- Buitrago, J., Gomez, R., and Sanchez, F., 1983: The Integral Equation Approach to the Study of Interplanetary Dust. *Planet. Space Sci.*, **31**, 373-376.

- Burns, J.A., Lamy, P.L., and Soter, S., 1979: Radiation Forces on Small Particles in the Solar System, *Icarus*, **40**, 1-48.
- Burton, W.B., Deul, E.R., Walker, H.J., and Jongeneelen, A.A.W., 1986: The Galactic Morphology of the Interstellar Dust Detected by IRAS, in: *Light on Dark Matter* (F.P. Israrel, ed.), Reidel, Dordrecht, 357-372.
- Cepplecha, Z., 1977: Meteoroid Populations and Orbits, in: *Comets, Asteroids, Meteorites* (A.H. Delsemme, ed.), University of Toledo Press, 143-152.
- Cepplecha, Z., 1987: Numbers and Masses of Different Populations of Sporadic Meteoroids from Photographic and Television Records. Paper presented at the 10-th Regional Meeting IAU (Prague, 1987).
- Clarke, D., Daehler, M., Mack, J.E., Ring, J., and Stoner, J.O., 1967: Motion of Zodiacal Light Particles, in: *Modern Astrophysics*, (M. Hacks, ed.), Gauthier Villars, Paris.
- Consolmagno, G.J., 1979: Lorentz Scattering of Interplanetary Dust. *Icarus*, **38**, 398-410.
- Consolmagno, G.J., 1980: Influence of the Interplanetary Magnetic Field on Cometary and Primordial Dust Orbits: Applications of Lorentz Scattering. *Icarus*, **43**, 2, 203-214.
- Cook, A.F., 1973: A Working List of Meteor Streams, in: *Evolutionary and Physical Properties of Meteoroids* (C.L. Hemenway, P.M. Millman, and A.F. Cook (eds.)), NASA SP-319, 183-192.
- Cook, A.F., 1979: Albedos and size distribution of meteoroids from 0.3 to 4.8 AU. *Icarus*, **33**, 349-360.
- Courant, R., 1971: *Vorlesungen über Differential- und Integralrechnung 1*, Springer, Berlin.
- Cox, L.P., Lewis, J.S., and Lecar, M., 1978: A Model for Close Encounters in the Planetary Problem. *Icarus*, **34**, 415-427.
- Daehler, M., Mack, J.E., Stoner, J.O., Clarke, D., and Ring, J., 1968: Measurements of the HB Profile in the Zodiacal Light Spectrum. *Planet. Space Sci.*, **16**, 795-802.
- Deul, E.R. and Wolstencroft R.D., 1987: A Physical Model for Thermal Emission from the Zodiacal Dust Cloud. (Submitted to *Astron. Astrophys.*)
- Dohnanyi, J.S., 1972: Interplanetary Objects in Review: Statistics of Their Masses and Dynamics. *Icarus*, **17**, 1-48.
- Dohnanyi, J.S., 1978: Particle Dynamics, in *Cosmic Dust* (J.A.M. McDonnell, ed.), John Wiley Sons, New York, 527-587.
- Dumont, R., 1965: Séparation des composantes atmosphérique interplanétaire et stellaire du ciel nocturne à 5000 Å. Application à la photométrie de la lumière zodiacale et du Gegenschein, *Ann. d'Astrophys.*, **28**, 265-320.

- Dumont, R., 1973: Phase Function and Polarization Curve of Interplanetary Scatterers from Zodiacal Light Photopolarimetry. *Planet. Space Sci.*, **21**, 2149-2155.
- Dumont, R., 1976a: Ground-based observations of the zodiacal light, in: *Interplanetary Dust and Zodiacal Light* (H. Elsässer and H. Fechtig, eds.), *Lecture Notes in Physics*, **48**, Springer, Berlin, 85-100.
- Dumont, R., 1976b: Oral presentation at the General Assembly IAU (Grenoble, 1976).
- Dumont, R., 1983: Zodiacal Light Gathered along the Line of Sight, The Vicinity of the Terrestrial Orbit Studied with Photopolarimetry and with Doppler Spectrometry. *Planet. Space Sci.*, **31**, 1381-1387.
- Dumont, R. and Levasseur-Regourd, A.C., 1985a: Remote Sensing of the Zodiacal Cloud along Secants to Earth's Orbit, in *Properties and Interactions of Interplanetary Dust* (R.H. Giese and P. Lamy, eds.). Reidel, Dordrecht, 207-214.
- Dumont, R. and Levasseur-Regourd, A.C., 1985b: Zodiacal Light Gathered along the Line of Sight, Retrieval of the Local Scattering Coefficient from Photometric Surveys of the Ecliptic Plane. *Planet. Space Sci.*, **33**, 1-9.
- Dumont, R. and Sanchez, F., 1975: Zodiacal Light Photopolarimetry: II. Gradients along the Ecliptic and the Phase Functions of Interplanetary Matter. *Astron. Astrophys.*, **38**, 405-412.
- East, I.R. and Reay, N.K., 1984: The Motion of Interplanetary Dust Particles, I. Radial Velocity Measurements on Fraunhofer Line Profiles in the Zodiacal Light Spectrum, *Astron. Astrophys.*, **139**, 512-516.
- Fechtig, H., 1984: The Interplanetary Dust Environment beyond 1 AU and in the Vicinity of the Ringed Planets. *Adv. Space Res.* **4**, 5-12.
- Fechtig, H., 1986: Private Mitteilung, Heidelberg.
- Fechtig, H., Hartung, J.B., Nagel, K., Neukum, G., and Storzer, D., 1974: Lunar Microcrater Studies Derived Meteoroid Fluxes and Comparison with Satellite Borne Experiments. *5th Lunar Sci. Conf.*, **3**, 2539-2556.
- Fechtig, H., Leinert, C., and Grün, E., 1981: Interplanetary Dust and Zodiacal Light, in: *Landolt-Börnstein*, Bd. 2, *Astronomie und Astrophysik*, Springer, Berlin, 228-243.
- Fechtig, H. and Mukai, T., 1985: Dust of Variable Porosities (Densities) in the Solar System, in: *Ices in the Solar System* (J. Klinger et al., eds.), Reidel, Dordrecht, 251-259.
- Fenyő, S. und Stolle, H.W., 1984: *Theorie und Praxis der linearen Integralgleichungen*, **3**, Birkhäuser, Basel.
- Fernandez, J.A., 1978: Mass Removed by Outer Planets in the Early Solar System, *Icarus*, **34**, 173-181.
- Frazier, E.N., 1977: Infrared Radiation of the Zodiacal Light. *SPIE* **124**, 139-146.

Fried, J.W., 1978: Doppler Shifts in the Zodiacal Light Spectrum. *Astron. Astrophys.*, **68**, 259-264.

Fuller, M., 1986: Cometary and Interplanetary Dust: The Contribution of Long-period Comets. Publication of ISAS - International School for Advanced Studies, Trieste.

Giese, R.H. and von Dziembowski, C., 1969: Suggested Zodiacal Light Measurements from Space Probes. *Planet. Space Sci.*, **17**, 949-956.

Giese, R.H. and Grün, E., 1976: The Compatibility of Recent Micrometeoroid Flux Curves with Observations and Models of the Zodiacal Light, in: *Interplanetary Dust and Zodiacal Light* (H. Elsässer and H. Fechtig, eds.), Springer, Berlin, 135-140.

Giese, R.H., Killinger, R.T., Kneißel, B., and Zerull, R.H., 1986: Albedo and Colour of Dust Grains: Laboratory versus Cometary Results, in: *Exploration of Halley's Comet II* (B. Battrock, E.J. Rolfe, and R. Reinhard, eds.), ESA SP-250, 53-57.

Giese, R.H. and Kneißel, B., 1987: Distribution of Interplanetary Dust. Paper presented at the 10-th Regional Meeting IAU (Prague, 1987).

Giese, R.H., Kneißel, B., and Rittich, U., 1986: Three-Dimensional Models of the Zodiacal Dust Cloud: A Comparative Study. *Icarus*, **68**, 395-411.

Giese, R.H., Schwehm, G.H. und Hablick, D., 1981: Vorbereitende Arbeiten zur Definition und Optimierung des Experimentes "Out-Of-Ecliptic-Zodiacal-Light-Experiment", Forschungsbericht W81-009 BMFT.

Giese, R.H., Weiss, K., Zerull, R.H., and Ono, T., 1978: Large Fluffy Particles: A Possible Explanation of the Optical Properties of Interplanetary Dust. *Astron. Astrophys.*, **65**, 265-272.

Gillet, F.C., 1986: IRAS Observations of Cool Excess around Main Sequence Stars, in: *Light on Dark Matter* (F.P. Israel, ed.), Reidel, Dordrecht, 61-70.

Göller, J.R. and Grün, E., 1985: Calibration of the Galileo/ISPM Dust Detectors with Iron Particles, in: *Properties and Interactions of Interplanetary Dust* (R.H. Giese and P. Lamy, eds.), Reidel, Dordrecht, 113-116.

Good, J.C., Hauser, M.G., and Gautier, T.N., 1986: IRAS Observations of the Zodiacal Background, *Adv. Space Res.*, **6**, 83-86.

Greenberg, R., 1982: Orbital interactions: A New Formalism. *Astron. J.*, **87**, 184-195.

Grün, E., 1981: Physikalische und chemische Eigenschaften des interplanetaren Staubes - Messungen des Mikrometeoritenexperimentes auf HELIOS, *Habil.Schrift*, Heidelberg.

Grün, E., Fechtig, H., Giese, R.H., Kissel, J., Linkert, L.D., McDonnell, J.A.M., Morfill, G.E., Schwehm, G., and Zook, H.A., 1983: The ISPM Dust Experiment, ESA SP-1050, 229-241.

Grün, E., N. Pailer, H. Fechtig, and J. Kissel, 1980: Orbital and Physical Characteristics of Micrometeoroids in the Inner Solar System as Observed by Helios 1. *Planet. Space Sci.*, **28**, 333-349.

Grün, E. and Zook, H.A., 1980: Dynamics of Micrometeoroids in the Solar System, in: *Solid Particles in the Solar System* (I. Halliday and B.A. McIntosh, eds.) 293-298.

Grün, E., Zook, H.A., Fechtig, H., and Giese, R.H., 1985: Collisional Balance of the Meteoritic Complex, *Icarus*, **62**, 244-272.

Gustafson, B.A.S., 1985: Planetary Perturbations: Effects on the Shape of a Cloud of Dust in Circular Heliocentric Orbits, in: *Properties and Interactions of Interplanetary Dust* (R.H. Giese and P. Lamy, eds.), 385-388, Reidel Dordrecht.

Hanner, M.S., 1980: On the Albedo of Interplanetary Dust. *Icarus*, **43**, 373-380.

Hanner, M.S., 1986: A Preliminary Look at the Dust in Comet Halley. (To be published in *Adv. Space Res.*)

Hanner, M.S., Giese, R.H., Weiss, K., and Zerull, R., 1981: On the Definition of Albedo and Application to Irregular Particles. *Astron. Astrophys.*, **104**, 42-46.

Hanner, M.S., Sparrow, J.G., Weinberg, J.L., and Beeson, D.E., 1976: Pioneer 10 Observations of Zodiacal Light Brightness Near the Ecliptic: Changes with Heliocentric Distance, in: *Interplanetary Dust and Zodiacal Light* (H. Elsässer and H. Fechtig, eds.), Springer, Berlin, 29-35.

Harwit, M., 1963: Origins of the zodiacal dust cloud. *J. Geophys. Res.*, **68**, 2171-2180.

Haug, U., 1958: Über die Häufigkeitsverteilung der Bahnelemente bei den interplanetaren Staubteilchen. *Zeitschr. f. Astrophys.*, **44**, 71-97.

Hauser, M.G., F.C. Gillett, F.J. Low, T.N. Gautier, C.A. Beichman, G. Neugebauer, H.H. Aumann, B. Baud, N. Boggess, J.P. Emerson, J.R. Houck, B.T. Soifer, and R.G. Walker, 1984: IRAS Observations of the Diffuse Infrared Background. *The Astrophys. J.* **278**, L15-L18.

Hauser, M.G. and Houck, J.R., 1986: The Zodiacal Background in the IRAS Data, in: *Light on Dark Matter* (F.P. Israel, ed.), Reidel, Dordrecht, 39-44.

Hicks, T.R., May, B.H. and Reay, N.K., 1974: An Investigation of the Motion of Zodiacal Dust Particles - I, Radial Velocity Measurements on Fraunhofer Line Profiles. *Mon. Not. R.Astr. Soc.*, **166**, 439-448.

Hoffmann, H.J., Fechtig, H., Grün, E., and Kissel, J., 1975: Temporal Fluctuations and Anisotropy of the Micrometeoroid Flux in the Earth-Moon System. *Planet. Space Sci.*, **23**, 985-991.

Hong, S.S., 1985: Henyey-Greenstein Representation of the Mean Volume Phase Function for Zodiacal Dust. *Astron. Astrophys.*, **146**, 67-75.

- Hörz, T., ed., 1986: Trajectory Determinations and Collection of Micrometeoroids on the Space Station. LPI Tech., Rpt. 86-05. Lunar and Planetary Institute, Houston.
- Hughes, D.W., 1978: Meteors, in: Cosmic Dust (J.A.M. McDonnell, ed.), Wiley, Chichester, 123-186.
- Humes, D.H., 1980: Results of Pioneer 10 and 11 Meteoroid Experiments: Interplanetary and Near-Saturn. J. Geophys. Res., **85**, 5841-5852.
- Humes, D.H., Alvarez, J.M., O'Neal, R.L., and Kinard, W.H., 1974: The Interplanetary and Near-Jupiter Meteoroid Environments. J. Geophys. Res., **79**, 3677-3684.
- Ingham, M.F., 1963: The Profile of an Absorption Line in the Spectrum of the Zodiacal Light, Mon.Not.R.Astron.Soc., **126**, 377-380.
- James, J.F., Smeeth, M.J., 1970: Motion of the Interplanetary Dust Cloud. Nature, **227**, 588-589.
- Kaiser, C.B., 1970: The Thermal Emission of the Corona. Astrophys. J., **159**, 77-92.
- Keller, H.U., Arpigny, C., Barbieri, C., Bonnet, R.M., Cazes, S., Coradini, M., Cosmovici, C.B., Delamere, W.A., Huebner, W.F., Hughes, D.W., Jamar, C., Malise, D., Reitsem, H.J., Schmidt, H.U., Schmidt, W.K.H., Seige, P., Whipple, F.L., and Wilhelm, K., 1986: First Halley Multicolour Camera Imaging Results from Giotto. Nature, **321**, 320-325.
- Kessler, D.J., 1981: Derivation of the Collision Probability between Orbiting Objects: The Lifetimes of Jupiter's Outer Moons. Icarus, **48**, 39-48.
- Killinger, R.T., 1988: Photopolarimetrische Lasermessungen zur Wellenlängenabhängigkeit des Lichtstreuerverhaltens von Staubpartikeln aus irdischen und kosmischen Materialien. Dissertation, Bochum.
- Kneißel, B. and Giese, R.H., 1986: The Impact of IRAS Results on the Three-Dimensional Models (3D) of the Global Distribution of Interplanetary Dust. Adv. Space Res., **6**, 79-82.
- Kouchmy, S. and Lamy, P.L., 1985: The F-Corona and the Circum-Solar Dust. Evidences and Properties, in: Properties and Interactions of Interplanetary Dust (R.H. Giese and P. Lamy, eds.), Reidel, Dordrecht, 63-74.
- Kuzcera, H., Iglseider, H., Weishaupt, U., and Igenbergs, E., 1986: Acoustic Penetration and Impact Detector for Micrometeoroid and Space Debris Application, in: Trajectory Determinations and Collection of Micrometeoroids on the Space Station (F. Hörz, ed.), LPI Tech.Rpt. 86-05, Lunar and Planetary Institute, 64-66.
- Lamy, P.L. and Perrin, J.-M., 1986: Volume Scattering Function and Space Distribution of the Interplanetary Dust Cloud. Astron. Astrophys., **163**, 269-286.
- Leinert, C., 1975: Zodiacal Light - A Measure of the Interplanetary Environment. Space Sci. Rev., **18**, 281-339.

Leinert, C., 1978: Private Mitteilung, Heidelberg.

Leinert, C., 1985: Dynamics and Spatial Distribution of Interplanetary Dust, in: Properties and Interactions of Interplanetary Dust (R.H. Giese and P. Lamy, eds.) Reidel, Dordrecht, 369-376.

Leinert, C., 1987: Private Mitteilung, Heidelberg.

Leinert, C., Link, H., Pitz, E., 1974: Rocket Photometry of the Inner Zodiacal Light. *Astron. Astrophys.*, **30**, 411-422.

Leinert, C., Link, H., Pitz, E., and Giese, R.H., 1976: Interpretation of a Rocket Photometry of the Inner Zodiacal Light. *Astron. Astrophys.*, **47**, 221-230.

Leinert, C., Pitz, E., Hanner, M., Link, H., 1977: Observations of Zodiacal Light from Helios 1 and 2. *J. Geophys. Res.*, **42**, 699-704.

Leinert, C., Richter, I., Pitz, E., and Planck, B., 1981: The Zodiacal Light from 1.0 to 0.3 AU as Observed by the Helios Space Probes. *Astron. Astrophys.* **103**, 177-188.

Leinert, C., Richter, I., Pitz, E., Hanner, M.S., 1982: Helios Zodiacal Light Measurements - a Tabulated Summary. *Astron. Astrophys.*, **110**, 355-357.

Leinert, C., Röser, S., and Buitrago, J., 1983: How to Maintain the Spatial Distribution of Interplanetary Dust, *Astron. Astrophys.*, **118**, 345-357.

Le Sergeant d'Hendecourt, L.B. and Lamy, P.L., 1980: On the Size Distribution and Physical Properties of Interplanetary Dust Grains, *Icarus*, **43**, 350-372.

Levasseur-Regourd, A.C. and Dumont, R., 1978: Sur l'isotropie de la fonction de phase dans la diffusion par les particules interplanétaires. *C.R. Acad. Sc. Paris*, t. **286**, Serie B, 61-63.

Levasseur-Regourd, A.C. and Dumont, R., 1980: Absolute Photometry of Zodiacal Light. *Astron. Astrophys.*, **84**, 277-279.

Levasseur-Regourd, A.C. and Dumont, R., 1986: Localized Properties of the Zodiacal Dust, by Comparison of IRAS and of Optical Observations. *Adv. Space Res.*, **6**, 87-90.

Lumme, K., and Bowell, E., 1985: Photometric Properties of Zodiacal Light Particles. *Icarus*, **62**, 54-71.

MacQueen, R.M., 1968: Infrared Observations of the Outer Solar Corona. *The Astrophys. J.*, **154**, 1059-1076.

McDonnell, J.A.M., 1978: Microparticle Studies by Space Instrumentation, in: *Cosmic Dust* (J.A.M. McDonnell, ed.), Wiley, Chichester, 337-426.

Misconi, N.Y., 1976: Solar Flare Effects on the Zodiacal Light. *Astron. Astrophys.*, **51**, 357-365.

- Möhlmann, D., Sauer, K. und Wäsch, R., 1986: Kometen, Akademie-Verlag, Berlin.
- Morfill, G.E. and Grün, E., 1979: The Motion of Charged Dust Particles in Interplanetary Space - I. The Zodiacal Dust Cloud, *Planet. Space Sci.*, **27**, 1269-1282.
- Mukai, T. und Giese, R.H., 1984: Modification of the Spatial Distribution of Interplanetary Dust Grains by Lorentz Forces. *Astron. Astrophys.*, **131**, 355-363.
- Murdock, T.L. and S.D. Price, 1985: Infrared Measurements of the Zodiacal Light. *The Astronom. J.* **90**, 375-386.
- Neugebauer, G., Habing, H.J., Van Duinen, R., Aumann, H.H., Baud, B., Beichmann, C.A., Beintema, D.A., Boggess, N., Clegg, P.E., DeJong, T., Emerson, J.P., Gautier, T.N., Gillett, F.C., Harris, S., Hauser, M.G., Houck, J.R., Jennings, R.E., Low, F.J., Marsden, P.L., Miley, G., Olmon, F.M., Pottasch, S.R., Raimond, E., Rowan-Robinson, M., Soifer, B.T., Walker, R.G., Wesselins, P.R., and Young, E., 1984a: The Infrared Astronomical Satellite (IRAS) Mission. *Astrophys. J.*, **278**, L1-L6.
- Neugebauer, G., Beichmann, C.A., Soifer, B.T., Aumann, H.H., Chester, T.J., Gautier, I.T.N., Gillett, F.C., Hauser, M.G., Houck, J.R., Lousdale, C.J., Low, F.J., and Young, E.T., 1984b: Early Results from the Infrared Astronomical Satellite. *Science*, **224**, 14-21.
- Öpik, E.J., 1951: Collision Probabilities with the Planets and the Distribution of Interplanetary Matter. *Proc. Roy. Irish. Acad.*, **54**, 165-199.
- Öpik, E., 1976: *Interplanetary Encounters*. Elsevier, Amsterdam.
- Parker, E.N., 1964: The Perturbation of Interplanetary Dust Grains by the Solar Wind. *The Astrophys. J.*, **139**, 951-958.
- Peterson, A.W., 1963: Thermal Radiation from Interplanetary Dust. *The Astrophys. J.*, **138**, 1218-1230.
- Price, S.D., 1986: Private Mitteilung, Bedford, Massachusetts.
- Rahe, J., 1981: Comets, in: Landolt-Börnstein, Bd.2, *Astronomie und Astrophysik*, Springer, Berlin, 202-227.
- Reay, N.K. and Ring, J., 1968: Radial Velocity Measurements on the Zodiacal Light Spectrum, *Nature*, **219**, 710.
- Reay, N.K. and Ring, J., 1969: Radial Velocity and Intensity Measurements of the Night Sky H β Emission Line. *Planet. Space Sci.*, **17**, 561-574.
- Rittich, U., 1986: Die räumliche Verteilung des interplanetaren Staubes: Modellrechnungen zur Interpretation von Zodiakallichtmessungen. Diplomarbeit, Bochum.
- Röser, S., 1976: Can Short Period Comets Maintain the Zodiacal Cloud? in: *Interplanetary Dust and Zodiacal Light* (H. Elsässer and H. Fechtig, eds.), Springer, Berlin, 319-322.

Röser, S. und Staude, H.J., 1978: The Zodiacal Light from 1500 Å to 60 Micron. *Astron. Astrophys.*, **67**, 381-394.

Salama, A., Andreani, P., Dall'Oglio, G., De Bernardis, P., Masi, S., Melchiorri, B., Melchiorri, F., Moreno, G., Nisini, B. and Shivanandan, K., 1986: Measurements of Near and Far Infrared Zodiacal Dust Emission (Submitted to *Astron. J.*).

Saxarra, U.P., 1987: Modellrechnungen zur Lichtstreuung interplanetarer Staubteilchen im Hinblick auf Mikrometeoritenflüsse. Diplomarbeit, Bochum.

Scheffler, H. und Elsässer, H., 1974: Physik der Sterne und der Sonne. Bibliograph. Inst., Mannheim.

Schneider, M., 1979: Himmelsmechanik. Bibliograph. Inst., Mannheim.

Schpolski, E.W., 1974: Atomphysik, Teil II. VEB Deutscher Verlag der Wissenschaften, Berlin, 9.Auflg.

Schwehm, G.H., 1980: Temperaturverteilung und Dynamik interplanetarer Staubteilchen in der Nähe der Sonne (Sonnensonde HELIOS A- und B-Experiment 102). BMFT-Forschungsbericht W79-40.

Schwehm, G.H. and Rohde, M., 1977: Dynamical Effects on Circumsolar Dust Grains. *J. Geophys. Res.*, **42**, 727-735.

Shelton, R.D., Stern, H.E., and Hale, D.P., 1964: Some Aspects of the Distribution of Meteoritic Flux about an Attractive Center. *Space Res. IV, Proc. of 4-th Intern. Space Sci. Symp.* (P. Muller, ed.), 875-913.

Singer, S.F., 1961: Interplanetary Dust near the Earth. *Nature*, **192**, 321-323.

Singer, S.F., 1968: Interplanetary Dust, in: *Meteorite Research* (P. M. Millman, ed.), 590-599.

Singer, S.F. and Bandermann, L.W., 1967: Nature and Origin of Zodiacal Dust, in: *The Zodiacal Light and the Interplanetary Medium* (J.L. Weinberg, ed.), NASA-SP-150, 379-397.

Southworth, R.B., 1964: The Size Distribution of Zodiacal Particles. *Annals of New York Academy of Sciences*, **119**, 1, 54-67.

Stanley, J.E., Singer, S.F., and Alvarez, J.M., 1979: Interplanetary Dust between 1 and 5 AU. *Icarus*, **37**, 457-466.

Steel, D. and Elford, W.G., 1985: Collisions in the Solar System III - Meteoroid Survival Times. *Mon. Not. R.Astron. Soc.*, **217**, 644-659.

Stohl, J., 1986: On Meteor Contribution by Short-Period Comets, in: *Exploration of Halley's Comet, II* (B. Battrock, E.J. Rolfe and R. Reinhard, eds.), ESA SP-250, 225-228.

Van de Hulst, H.C., 1986: Grains, What Do We Know? in: *Light on Dark Matter* (F.P. Israel, ed.), Reidel, Dordrecht, 161-170.

Weidenschilling, S.J., 1975: Close Encounters of Small Bodies and Planets. *Astron. J.*, **80**, 145-153.

Weinberg, J.L., 1964: The Zodiacal Light at 5300 Å. *Ann. d'Astrophys.*, **27**, 718-738.

Weinberg, J.L., 1976: Space Observations of the Zodiacal light, in: *Interplanetary Dust and Zodiacal Light* (H. Elsässer and H. Fechtig, eds.), Springer, Berlin, 1-18.

Weinberg, J.L. and Sparrow, J.G., 1978: Zodiacal Light as an Indicator of Interplanetary Dust, in: *Cosmic Dust* (J.A.M. McDonnell, ed.), Wiley, Chichester, 75-122.

Weiss, R. and Anderssen, R.S., 1972: A Product Integration Method for a Class of Singular First Kind Volterra Equation. *Numer. Math.*, **18**, 442-456.

Weissinger, J., 1984: *Numerische Mathematik auf Personal-Computern*, Teil 1, Bibliograph. Inst., Mannheim.

Wenzel, K.P., Marsden, R.G., and Smith, E.J., 1983: The ISPM Mission: Science Objectives and Mission Overview, in: *The International Solar Polar Mission - Its Scientific Investigations* (K.P. Wenzel, R.G. Marsden, and E.J. Smith, eds.), ESA SP-1050, 9-26.

Whipple, F.L., 1967: On Maintaining the Meteoritic Complex, in: *Zodiacal Light and the Interplanetary Medium* (J.L. Weinberg, ed.), NASA-SP-150, 409-426.

Winkler, C., Schmidt-Kaler, T., and Schlosser, W., 1985: Die Symmetrieebene des Zodiakallichtes und die Struktur des Gegenscheins, *Astron. Astrophys.*, **143**, 194-200

Wolstencroft, R.D., Clowes, R.G., Kalafi, M., Leggett, S.K., Mac Gillivray, H.T., and Savage, A., 1986: The Identification of IRAS Galaxies, in: *Light on Dark Matter* (F.P. Israel, ed.), Reidel, Dordrecht, 425-434.

Wyatt, St.P., jr., Whipple, F.L., 1950: The Poynting-Robertson Effect on Meteor Orbits. *Astrophys. J.*, **111**, 134-141.

Zirker, J.B., 1984: *Total Eclipses of the Sun*. Van Nostrand, New York.

Zook, H.A., 1986: Precision Requirements on Cosmic Dust Trajectory Measurements, in: *Trajectory Determinations and Collection of Micrometeoroids on the Space Station* (F. Hörz, ed.), LPI Tech. Rpt. 86-05. Lunar and Planetary Inst., Houston, 97-100.

Zook, H.A., Flaherty, R.E., and Kessler, D.J., 1970: Meteoroid Impacts on the Gemini windows. *Planet. Space Sci.*, **18**, 953-964.

L e b e n s l a u f

Am 17.08.1953 wurde ich als zweites Kind meiner Eltern Ursula Kneißel, geb. Galuschke und Helmut Kneißel in Bonn geboren. Im Anschluß an die Grundschule besuchte ich das Ernst-Moritz-Arndt-Gymnasium in Bonn, wo ich am 17.05.1972 erfolgreich die Reifeprüfung ablegte.

Nach dem Grundwehrdienst (01.07.1972 - 30.09.1973) studierte ich an den Universitäten in Aachen, Bonn, und Bochum die Fächer Physik und Mathematik (WS 1973/74 - WS 1980/81). In Bochum legte ich am 27.04.1981 die 1. Philologische Staatsprüfung in beiden Fächern erfolgreich ab. Die Arbeit "Die Staubverteilung in der Koma eines Kometen in Hinblick auf eine Kometen-Rendezvous-Mission" fertigte ich am Bereich Extraterrestrische Physik an der Ruhr-Universität Bochum an. Anschließend erstellte ich dort eine Studie im Auftrag der ESA über die Dynamik sublimierender Partikeln in der kometaren Koma.

Am 01.02.1982 trat ich das Referendariat am Staatlichen Bezirksseminar für das Lehramt am Gymnasium 1 in Essen an, welches ich am 05.12.1983 mit der erfolgreichen Prüfung zum 2. Staatsexamen für das Lehramt am Gymnasium abschloß. In dieser Ausbildung bemühte ich mich besonders um die Berücksichtigung astrophysikalischer Inhalte im Oberstufenunterricht. Außerdem bearbeitete ich in dieser Zeit eine photopolarmetrische Beobachtung des Kometen West durch das Zodiacal-Light-Experiment auf der Sonde HELIOS. Diese Arbeiten schloß ich mit einer Publikation ab.

Unmittelbar nach dem Referendardienst begann ich mit Untersuchungen zur Physik des zodiakalen interplanetaren Staubes wieder am Bereich Extraterrestrische Physik, wo ich auch seit dem 01.04.1984 im Rahmen eines BMFT-Projektes beschäftigt bin.

Bochum, 24. Mai 1988

D a n k s a g u n g

Allen, die mir bei der Fertigstellung dieser Arbeit geholfen haben, danke ich.

Vor allen anderen danke ich Herrn Professor Dr. R.H. Giese, dem Leiter des Bereichs Extraterrestrische Physik, Ruhr-Universität Bochum. Er gab nicht nur die Anregung zu dieser Arbeit und stellte großzügig die Arbeitsbedingungen bereit, sondern unterstützte diese Arbeit besonders durch seinen freundschaftlichen und kritischen Rat.

Herr Professor Dr. H. Fechtig, Max-Planck-Institut für Kernphysik in Heidelberg, hat durch Anregungen und Diskussionen sowie die Zusammenführung mit seinen Mitarbeitern die Durchführung dieser Arbeit in hohem Maße gefördert. Ihm sei besonders für zahlreiche Informationen gedankt.

Auch Herrn Professor Dr. Th. Schmidt-Kaler, Astronomisches Institut, Bochum, danke ich für die Mühe der kritischen Durchsicht dieser Arbeit.

Für weitere Anregungen und klärende Diskussionen bin ich besonders den Herren Professor Dr. Z. Ceplecha, Astronomisches Institut der Akademie der Wissenschaften, Prag, Dr. R. Dumont, Observatorium, Bordeaux, Dr. E. Grün, MPI Kernphysik, Heidelberg, Dr. D. Hablick, Bereich Extraterrestrische Physik und Dr. C. Leinert, MPI Astronomie, Heidelberg zu Dank verpflichtet.

Für die Hilfe bei der Fertigstellung dieser Arbeit danke ich Frau K. Hülsewig und Frau E. Pricking.

Diese Arbeit wurde mit Mitteln des Bundesministeriums für Forschung und Technologie gefördert.

